

Leitfaden

zu Vorlesungen

über

Naturlehre und angewandte
Mathematik.

Von

THADDEÛ SIBER,

Professor am Churfürstlichen Lyzeum zu

Passau.

Erste Abtheilung

mit 3 Kupfertafeln.

P a s s a u ,

bey Niklas Ambrosi 1805.



S e i n e n

Z u h ö r e r n

gewidmet

V O N

Ihrem Lehrer und Freunde.

V o r r e d e.

Ein Vorlesebuch soll meiner Einsicht nach
a) kurtz seyn, und doch alles umfassen, was in
der Wissenschaft, die es vorträgt, geleistet wor-
den ist, b) soll dem Lehrer zum Erklären,
und dem Candidaten zum Selbstdenken Spielraum
übrig lassen, c) soll dem Ideengange des Lehrers
parallel gehen, und d) soll wohlfeil seyn.

Diefs waren die Ansichten, die ich bei'm
Niederschreiben dieses *Leitfadens* vor Augen hat-
te, diess die Gründe, die mich bestimmten, ihn
dem Druke zu übergeben. Von diesem Gesichts-
punkte

punkte aus wünschte ich nun auch, daß ein fachkundiges Publikum ihn beurtheilen möchte.

Ich würde mich nicht unterfangen, die Anzahl der Vorlesebücher über Naturlehre mit einem neuen zu vergrößern, wenn ich ein zu Vorlesungen über dieselbe in Verbindung mit ihrer unzertrennlichen Gefährtin *Mathematik* für *meinen Standpunkt* geeignetes Buch gekannt hätte. Darum schrieb ich auch diesen Leitfaden zunächst nur für *mich*, und *meine* Zuhörer. Doch glaube ich, es werde vielleicht auch andern meiner H. H. Collegien, die mit mir in einer gleichen, oder ähnlichen Lage sich befinden, um so mehr nicht ganz unanwendbar scheinen, weil ich vorzüglich darauf hinarbeiten werde, keinem die Grenzen zu sehr zu verengen, oder zu sehr zu erweitern.

Ich liefere das Ganze in, drei Abtheilungen, von welchen die *erste* die reine Physik nebst der Geostatik, Hydrostatik, Mechanik, und Hydraulik, die *zweite* die Physik der sogenannten *ausdehnbaren*, und zwar *coerciblen* Stoffe, die *dritte* aber die Physik der ausdehnbaren *incoerciblen* Stoffe enthalten soll.

Geostatik und Hydrostatik habe ich nur in Form von Thesen eingeschaltet, weil ich sie ganz nach *Knogler's Elemente der angewandten Mathematik*, Ingolstadt 1796 lese. Es ist nicht bloße Vorliebe und Dankbarkeit gegen meinen verehrungswürdigsten Lehrer, was mich dazu bestimmt, sondern die unbestochene Ueberzeugung, daß es für *Lyzeen* kein tauglicheres Vorlesebuch über die statistischen Wissenschaften giebt.

Die ausdehnbaren *incoerciblen* Stoffe sollen zum Theil geschichtlich, zum Theil kritisch behandelt

handelt werden, weil ich überzeugt bin, daß unter der Legion von Hypothesen, die sich hier in die Physik eingedrängt haben, keine, die auf Materialität hinführt, annehmbar ist. Man wird daher auch leicht einsehen, daß ich die Aufschrift nur einer Eintheilung, und der beliebten Meinung wegen gesetzt habe. Indessen soll die dritte Abtheilung auch eine ganz mathematische Behandlung der *optischen* Wissenschaften in sich fassen,

Sollte mich der Vorwurf treffen, ich sey durch die mathematische Behandlung, der Naturlehre von der jezt herrschenden Mode abgewichen, so nehme ich ihn gerne auf mich, weil ich überzeugt bin, daß das, was die Mode eingeführt hat, nicht immer das Beste ist, und daß ich Gründe hatte, von ihr abzuweichen, die gewiß jeder gründliche Denker gerne unterschreiben wird.

Warum ich aber die mathematischen Formeln beinahe nie mit Worten ausgedrückt [gelesen] habe? — Weil ich glaubte, gerade dadurch den Candidaten Gelegenheit zum Nachdenken, zur Uebung, und zur Erlangung einer Fertigkeit zu geben, die auch auf andere Fächer, und vielleicht auf das ganze Leben der Candidaten wirken sollte.

Ungefähr die nehmlichen Gründe bewogen mich, viele Mittelsätze wegzulassen. — Ich glaube, dafs es sehr schädlich sey, wenn man hier die Sache zu sehr erleichtert.

Ich wünschte freilich noch eine vierte Abtheilung hinzuzusetzen, welche die ersten Grundlinien einer Naturphilosophie als Totalrevision der ganzen Physik enthalten sollte. Allein ich weifs noch nicht, ob mir's nicht an Zeit und Gelegenheit dazu mangeln wird.

Dieſs iſt alles, was ich hier anzumerken für
nothwendig hielt, und ruhig im Bewußtſeyn
meiner guten, und uneigennützigten Abſicht er-
warte ich das Urtheil, das mich, und meinen
Leitfaden treffen wird.

Paſſau im Monathe Jenner 1805.

Der Verfaſſer.

Einlei-

Einleitung.

I. Die *Naturlehre* [die Lehre von der Natur] muß die Natur in *materieller*, und *formeller* Bedeutung umfassen. In der *ersten* Bedeutung ist sie der Inbegriff, die Totalität alles dessen, was ist, und geschieht, in der *zweiten* aber der Inbegriff, die Totalität der Ursachen [Kräfte], die das Seyn, und Geschehen hervorbringen — *Natura naturans*, und *Natura naturata*, wie sich die Alten vielleicht bezeichnender, als man glaubt, ausdrückten.

Es ist daher sehr begreiflich, daß die *Naturlehre* in *materieller* Bedeutung nur das zu ihrem Gegenstand haben könne, was Gegenstand der *Erfahrung* ist, folglich in *Raum* und *Zeit* erscheint.

II. In

XII

II. In dieser Ausdehnung aber heisst sie im weitesten Sinne des Wortes *Physiologie*, und umfasst noch alle Erscheinungen, die wir sowohl mit den *innern*, als die wir mit den *äussern* Sinnen wahrnehmen.

Man trennte diese beiden Arten der Erscheinungen sehr richtig, und erhielt durch diese Trennung eine Naturlehre

der *denkenden* Natur, unter dem Namen
der *Psychologie* [Seelenlehre],

und eine Naturlehre

der *ausgedehnten* Natur.

Die Naturlehre der ausgedehnten Natur hatte aber auch jetzt noch ein zu weites Feld; denn sie begriff noch immer *Lebendiges* [Organisches], und *Todtes* [Unorganisches] in sich. Man theilte daher neuerdings in Naturlehre

der *lebendigen* Natur, die man *Physiologie*
im engern Sinne nannte,

und in Naturlehre

der *toten* Natur.

Dadurch

Dadurch bleiben indeffen noch zwei sehr große Strecken im Felde der Natur. Sie mußte die Gegenstände kennen, nach ihren *permanenten* und *transitorischen* Erscheinungen in gewisse Klassen, Ordnung u. s. w. bringen. Man bezeichnete die Summe der erstern mit dem Namen der Naturgeschichte, und so behielt die Summe der zwoten ausschließlich den Namen der *Naturlehre*, oder *Physik*.

Der eigentliche Gegenstand der Naturlehre ist also a) Aufzählung der *Naturbegebenheiten*, und b) Erklärung derselben.

II. Dazu führt uns theils die *Erfahrung*, theils die *Vernunft*. Die erste führt auf dem Wege der *Beobachtungen*, und der *Versuche*, d. i. durch Wahrnehmungen von Naturbegebenheiten, die sich uns entweder *ohne unser Mitwirken*, unabhängig von unserer Willkühr darbieten, oder nur in gewissen *von uns*, und unserer Willkühr herbeigeführten Umständen ergeben.

Die Mittel, deren wir uns bedienen, um Versuche zu machen, nennen wir *Instrumente*, *Maschinen*, für deren Reinlichkeit, Einfachheit, und Zweckmäßigkeit nicht genug gesorgt werden kann, so wie auf der andern Seite strenge Unpartheilichkeit, Vorurtheilslosigkeit, und

An-

Anwendung aller möglichen Vorsicht heilige Pflichten des Beobachters, und Versuchsmachers sind.

Die *Vernunft* führt uns

- a) durch Deduktionen entweder aus der Natur des Unbedingten, oder des Bedingten,
- b) durch Analogie,
- c) durch Induktion,
- d) durch Hypothesen.

Nur der erste Weg führt zur absoluten, der zweite und dritte nur zur comparativen Allgemeinheit, und die vierte höchstens zu einer mehr, oder weniger grossen Wahrscheinlichkeit.

Nur der, welcher den ersten Weg geht, kann zum *Naturphilosophen* emporsteigen, in- dessen der Hypothesenmacher immer unzuverlässiger *Naturerklärer* bleibt.

*Haben wir eine Naturphilosophie? —
Ist wenigst eine möglich? —*

IV. Die Naturlehre [Physik], wie wir sie hier behandeln, muss uns allererst die allgemeinen
Prädi-

Prädikate der Dinge der Sinnenwelt aufzählen,
und ist in dieser Beschäftigung

reine Physik der Dinge der Sinnenwelt.

Da sich aber diese in *Körper*, und *ausdehn-
bare Stoffe* theilen, so wird sie sich theilen in
eine

Physik der *Körper*, und

Physik der *ausdehnbaren Stoffe*.

Die Körper find theils *feste*, theils *flüssige*,
daher eine weitere Abtheilung in die

Physik der *festen Körper*, und

Physik der *flüssigen Körper*.

Die *ausdehnbaren Stoffe* unterscheiden sich
[der gemeinen Meinung nach] nach ihrer *Ein-
sperrbarkeit* [Coercibilität]. Daher theilt sich die
Naturlehre in Rücksicht derselben in

Physik der *coerciblen*, und

Physik der *incoerciblen* ausdehnbaren Stoffe.

V. Alle Wissenschaften zusammen find nur *Ein
Ganzes*, und alle einzelne Wissenschaften grei-
fen als eben so viele Theile dieses Ganzen
mehr, oder weniger in einander ein. Indessen
find für die Naturlehre vorzüglich

a) Natur-

- a) Naturgeschichte,
- b) Mathematik, und
- c) Chemie

unentbehrliche Hilfswissenschaften.

VI. Eine *Geschichte* der Naturlehre jetzt schon zu geben, wäre ein undankbares Geschäft, weil die Geschichte Würdigung des Erzählten, also sowohl des successiven Ganges, als der Männer, die dazu mitgewirkt haben, bezwecken muß. Dieser Zweck scheint aber mir erst nach der Vollendung eines jeden Theiles der Wissenschaft selbst erreichbar. Wir werden daher am Ende eines jeden wichtigen Theiles durch die Geschichte seiner allmähligen Entwicklung bis auf uns einen richtigen Uiberblick des Ganzen, und eine richtige Ansicht des Standpunktes, auf dem wir stehen, uns zu verschaffen suchen.

Kurtze Uibersicht
der
Naturlehre.



Handwritten text, possibly a signature or name, appearing as a faint, mirrored impression.

Handwritten text, possibly a signature or name, appearing as a faint, mirrored impression.

Reine allgemeine Physik

der Dinge.

1. Da nur ein Objekt der Erfahrung Gegenstand der Naturlehre seyn kann, so muß jeder Gegenstand derselben im Raume und in der Zeit existiren, so muß jedes Ding der Sinnenwelt

a) *materiel* seyn.

2. Da eine Raumserfüllung nur durch ein Neben- und Auffereinander des Mannigfaltigen denkbar ist, so muß ein Ding der Sinnenwelt

b) *ausgedehnt* seyn.

3. Dem erfüllten [relativen] Raume kommen alle Prädikate des absoluten zu, folglich muß ein D. d. S. W.

c) *in's unendliche theilbar* seyn.

4. Da wir uns ein Ding in verschiedenen Verhältnissen zu andern denken können, so muß es die Verhältnisse im Raume ändern können; d. i. es muß

d) *beweglich* seyn.

5) Die

5. Die erste und nothwendigste Erfahrung, die wir an einem Dinge machen, ist *Bewegung*, d. i. Veränderung der Verhältnisse im Raume.
6. Die Bewegung, ihrer Größe nach betrachtet, läßt sich nur in einer mathematischen Linie construiren, welche den Begriff eines *Weges* [Spatiums, Raumes] giebt.
7. Die Größe des Raumes, und die Kleinheit der Zeit der Bewegung geben den *relativen* Begriff der *Geschwindigkeit*, so, daß $C = \frac{S}{T}$ wird.
8. Die Richtung der Linie [Num. 6.] giebt auch die *Richtung* [directio], der Bewegung, so wie die Beschaffenheit der Linie den Unterschied zwischen *geradlinichter* und *krumlinichter* Bewegung [motus rectilineus, curvilineus].
9. Bewegung als Wirkung muß eine Ursache zu Grund gelegt haben, die man *bewegende Kraft* [vis motrix] nennt, und welche offenbar nichts leisten kann, als *Vergrößerung* oder *Verkleinerung* der Linie zwischen zwei Dingen.
10. Da aber diese Wirkungen [9] einander gerade entgegengesetzt sind, so müssen auch die Ursachen [Kräfte] einander entgegengesetzt seyn, und man hat sie mit den Namen der *zurückstossenden*, [Stoßkraft, vis repulsiva] und der *anziehenden* [Ziehkraft, vis attractiva] bezeichnet.

II. Da

11. Da die zurückstossende für sich allein in's Unendliche ausdehnen, die anziehende für sich allein in's Unendliche zusammenziehen würde, so sind sie der Materie beide *wesentlich nothwendig*, und
12. Die Materie selbst ist nichts, als das *Produkt* derselben.
13. Keine dieser Kräfte kann aber je die *grösste*, noch die *kleinste* seyn, weil im ersten Falle die Wirkung der Ursache nicht proportional, im zweiten eine Ursache ohne Wirkung seyn müßte.
14. Gemäfs Num. 10. und 11. muß die zurückstossende als *Position*, die anziehende aber als *Negation* betrachtet werden, so wie die erstere die Notion des *unendlich Grossen*, die zwote die Notion des *unendlich Kleinen* mit sich führt.
15. Diese Kräfte unterscheiden sich wesentlich
- a) durch die *Art* ihres Wirkens; denn die zurückstossende ist nur *Flächenkraft*, die anziehende aber eine *durchdringende Kraft*. Wie jene nur an *Berührungsflächen* wirkt, so wirkt diese in's *Unendliche*, doch so, daß sie abnimmt im Quadratverhältnisse der Abstände, ohne je $= 0$ zu werden.
 - b) Unterscheiden sie sich durch die *Größe* ihrer Wirkung; denn jene ist den *Flächen*, diese der *Quantität* der Materie proportional.

16. Gemäfs

16. Gemäfs Num. 12. kann keine Kraft je $= 0$ werden, wenn also die zurückstossende durch eine mit der ursprünglich anziehenden in gleicher Richtung wirkenden Kraft zum Theil aufgehoben wird, so wird sie beim Aufhören dieser Kraft wieder ihre ganze Wirkung äußern, daher wird denn ein D. d. S. W.

e) *elastisch* seyn müssen.

17. So wie Materie überhaupt ihren Raum erfüllt durch die Kräfte, so können mehrere Materien nur durch eine *abgeleitete Anziehungskraft* als in einem *Systeme verbunden* gedacht werden, so, daß alle Theile des Systemes von einem Zentralkörper angezogen werden. Das Prädikat Anziehen heißt *Gravitation*, das Angezogenwerden aber *Schwere*. Es muß also jedes Ding d. S. W. als Theil eines Systemes

f) *schwer* seyn.

18. Das bisher aufgestellte System ist das von Kant vorgetragene *Dynamische*, das dem *Atomistischen*, welches die Materie aus absolut untheilbaren, durch eine sehr feine Flüchtigkeit in Bewegung gebrachten Körperchen [Atomen] entstehen läßt, und der so entstandenen Materie anziehende und zurückstossende Kräfte giebt, gerade entgegengesetzt ist, und dasselbe als grundlos in *allen seinen Voraussetzungen* umgestossen hat.

19. Gemäfs dem erstern wird die Materie $M = A \cdot R$, wenn A die anziehende, und R die zurückstossende Kraft bezeichnet, folglich $M = \frac{1}{\infty} \cdot \infty = 1$ [Num. 13.] = Endlichen, das nun als Substrat der Gradation verschiedener Grade diefs- und jenseits von M^0 nach dem verschiedenen Verhältnisse der beiden Factoren fähig ist, für welche vielleicht folgende geometrische Reihe beiläufiges Symbol seyn mag:

$$\begin{array}{ccccccc}
 \overset{-n}{A} \cdot \overset{+n}{R} & \dots & \overset{-3}{A} \cdot \overset{3}{R} & , & \overset{-2}{A} \cdot \overset{2}{R} & , & \overset{-1}{A} \cdot \overset{1}{R} \\
 \overset{0}{A} \cdot \overset{0}{R} & , & \overset{1}{A} \cdot \overset{-1}{R} & , & \overset{2}{A} \cdot \overset{-2}{R} & , & \overset{3}{A} \cdot \overset{-3}{R} \\
 & & \overset{+n}{A} \cdot \overset{-n}{R} & & & &
 \end{array}$$

20. Wie sich diese Kräfte *analytisch* aus dem Begriff der Materie ableiten lassen, so lassen sie sich auch *synthetisch* nach Schelling aus der Natur der Anschauung auffinden.
21. Geschichte der Meinungen über diese Kräfte von Kepler, Newton, Kant und Schelling.

Allgemeine Physik der Körper.

22. Denken wir uns einen Raum nicht nur erfüllt, sondern auch *allenthalben begrenzt*, so erhalten wir die Vorstellung, und den Begriff eines Körpers.

23. Dafs

23. Dafs ihm nun alle die oben [Num. 1—4, 14, 15.] aufgezählten *Prädikate* als einem Dinge der Sinnenwelt zukommen müssen, sieht man leicht.

24. Aber aus dem Begriffe eines Körpers geben sich neuerdings noch folgende *Prädikate*:

g) Dieser *erfüllte* Raum muß eine Ausdehnung nach drei Dimensionen haben, d. i. muß bestimmten *Raumsinhalt* [Volumen] haben.

h) Dieser *erfüllte* und *allenthalben begrenzte* Raum muß eine *Figur* [Figura] haben.

i) Diese Raumserfüllung muß eine bestimmte *quantitative* Gröfse, d. i. *Masse* [Massa],

k) muß eine *qualitative* Gröfse, d. i. *Dichtigkeit* [Densitas] haben.

l) Da der Körper Raumserfüllung ist, so muß seine zurückstossende Kraft in's Unendliche fort verkleinert, er aber in's Unendliche fort *zusammengedrückt* werden,

m) aber eben deswegen auch sein Raumsinhalt nicht *aufgehoben*, d. i. er nicht *durchdrungen* werden können.

Bemerkungen über einige dieser Prädikate.

25. *Ueber Theilbarkeit* [Num. 3]. Die Theilbarkeit in's Unendliche ist

a) keines-

a) keineswegs von der *wirklichen*, sondern nur von der *möglichen* [denkbaren] zu verstehen, obwohl auch jene bis auf eine Anzahl von Theilchen geht, die unsre Einbildungskraft übersteigen.

* Beispiele davon geben die Goldspinnerei, Goldschlagerei, Färberei u. dgl. die Ausdünstungen von Blumen, von Gewürzen, z. B. auf den Molukkischen Inseln u. s. w.

b) Gleichfalls ist hier die Rede nicht von einer Theilung in *ungleichartige* [dissimilares], sondern in *gleichartige* [similares] Theile.

26. Uiber Beweglichkeit [Num. 4].

Der Körper ist *träge* [iners], d. i. ist gleichgültig zur Ruhe und zur Bewegung, und ändert gemäß dieser Trägheit [inertia] seinen einmal angefangenen Zustand nicht, wenn ihn nicht eine äußere Ursache dazu bestimmt. Aber dazu hat er keine eigene Kraft nothwendig, wie man ihm ehemals unter dem Namen der *Vis inertiae* zuschrieb.

Uiber diese Mittheilung der Bewegung hat man in ältern Zeiten viel Unnützes raisonnirt. Es bestimmt nemlich den zur Annahme einer jeden Bewegung gleichgültigen Körper eine äußere Ursache zu einer bestimmten, so daß der letzte Grund entweder in einer Kraft, oder in der Freiheit liegt.

Indessen

Indessen braucht diese Mittheilung immer einige Zeit, woraus sich so manche Phänomene erklären lassen.

Die Beweglichkeit selbst hat man ehemals in verschiedenen Körpern verschieden geglaubt. Aber man muß zwischen Leichtigkeit der Bewegung und Vermögen, sich zu bewegen, unterscheiden.

27. *Uiber Elastizität* [Num. 14].

Das allgemeine Prädikat, sich in die vorige Figur wieder herzustellen, äußert sich entweder durch Zusammenziehen, oder Ausdehnen, wie z. B. an einer Stahlfeder.

Es giebt aber unter den festen Körpern keinen vollkommen elastischen, weil sie beim Verschieben ihrer Theile Widerstand leiden. Aber alle sind unvollkommen elastisch, und können es auf verschiedene Arten mehr oder minder werden.

28. *Uiber Masse und Dichtigkeit* [Num. 24. i. k.]

Daß die *Masse* im Verhältniß der Materietheilchen stehe, ist außer Zweifel.

Die *Dichtigkeit* ist entweder eine *dynamische*, wenn ich bloß auf das Verhältniß der raumerfüllenden Kräfte, oder eine *mechanische*, wenn ich auf die vom Verstande in's Ganze der Raumserfüllung gelegte Theile Rücksicht nehme.

Die dynamische ist entweder *absolute*, oder *relative*, je nachdem die Dichtigkeit des Körpers für

für sich, oder in Vergleichung mit andern betrachtet wird.

Die mechanische ist *vollkommne* [völlige], wenn die Materie stättig da ist, sonst *comparative*, die entweder *gleichförmig*, oder *ungleichförmig* ist.

Aus dem Gesagten sieht man leicht, daß Dichtigkeit ein relativer Begriff ist, und im geraden Verhältniß der Masse, und im umgekehrten des Raumsinhaltes stehe, so, daß

$$D : d = \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$$

Der Dichtigkeit entgegengesetzt ist die Lockernheit, sie muß also auch in entgegengesetzten Verhältnissen stehen, so, daß

$$R : r = \frac{V}{M} : \frac{v}{m}$$

27. Uiber die Schwere [Num. 17].

Die Schwere äußert sich entweder durch *Druck*, oder durch *Fall*.

Die Wirkung des Druckes heißen wir *Gewicht*, welches von dreierlei Art ist, je nachdem ich a) auf den Druck eines Körpers ohne Rücksicht auf den Raumsinhalt sehe. Dieses heißt *absolutes*, und es wird

$$P : p = M : m,$$

oder b) im Verhältniß des Raumsinhaltes, und heißt *respectives*, das natürlich im Verhältniß der Dichtigkeit steht, so, daß

R :

$$R : r = D : d, \text{ oder [Num. 26.]}$$

$$= \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$$

oder endlich c), wenn ich das respective Gewicht des einen A, mit dem respectiven des andern vergleiche, und da erhalte ich das *eigenthumliche* von A, wenn das respective desselben r, durch das des b $= \rho$ dividirt wird, dafs also

$$e = \frac{r}{\rho} \text{ ist.}$$

28. *Uiber Figurabilität* [Num. 24. h.]

Die Figuren sind nach den Combinationen der Oberflächen, der Anzahl, Grösse und Anreicherung nach unermesslich verschieden, und sowohl das freie, als noch mehr das bewaffnete Auge giebt uns eine unermessliche Verschiedenheit derselben zu betrachten. [Siehe Nollet *Leçons de Physf. Experim. Tom. I. pag. 45.*]

29. *Uiber Undurchdringlichkeit* [Num. 24. m].

Wir müssen eine doppelte Durchdringung unterscheiden, nemlich eine *physische*, und eine *chemische*. Nur die erste ist unmöglich. Die zwote hingegen muß angenommen werden; denn sie ist sowohl von Seite des zu theilenden [zu lösenden] Körpers, als von Seite des theilenden [Lösungs] Mittels möglich.

Beispiele derselben in der Natur genug, z. B. in der Salzlösung.

Die

Die physische Durchdringlichkeit müssen wir auch von der Permeabilität wohl unterscheiden. Oel dringt z. B. in einen Marmor [permeat]; aber es hebt seinen Raumsinhalt nicht auf [non penetrat].

30. Anmerkung.

Porosität wurde, und wird zum Theil noch als allgemeines Körperprädikat angenommen; allein es folgt aus dem Begriffe der Materie, und des Körpers nicht, und die Induktion findet ihre Grenze an den flüssigen Körpern, so wie die daraus erklärten Erscheinungen nur in neue Widersprüche verwickeln.

Besondere Prädikate der Körper.

31. Die Körper überhaupt theilen sich in *feste*, und *flüssige*, deren Prädikate wir aufzuzählen haben. Um aber dies leichter zu können, müssen einige *Vorbegriffe* vorausgeschickt werden.

32. a) *Kohäsion* und ihre *Phänomene*.

Die Ursache, durch welche die Materie auf eine gewisse bestimmte Art begrenzt [beschränkt] wird, heisst man Kohäsionskraft, und das Phänomen derselben Kohäsion, in der wir eine *ursprüngliche*, und eine *abgeleitete* unterscheiden müssen.

Ohne Kohäsion könnte die Materie nicht vorstellbar seyn, aber doch ohne sie angeschaut werden.

werden; also ist sie der Materie *nothwendig*, und *zufällig* zugleich. Aber eben diese Zufälligkeit macht, daß a priori nichts für sie ausgemittelt werden kann. Und da auch alle physische Erklärungen sie schon voraussetzen, so müssen wir beim bloßen Phänomen stehen bleiben.

Die *abgeleitete*, d. i. diejenige, welche nicht zur Möglichkeit der Vorstellung der Materie nothwendig ist, theilte man sonst ein in *dynamische*, *mechanische*, und *chemische*. Allein da die erstere eigentlicher *actio in distans*, die zwote eigentlicher *Adhaesion* ist, so muß alle Kohaesion chemischer Art seyn, entweder durch eine Intusfuspception, oder durch Uibergang von einem Zustand in den andern.

Uiber die Stärke der Kohaesion haben Muschenbröck, und Sikingen sehr viele nützliche Versuche gemacht.

Beispiele der Adhaesion haben wir im Zusammenhange zweier polirter Platten, und an verschiedenen Arbeiten der Künstler, z. B. am Kütten, Löthen u. dgl.

Vorzüglich merkwürdig ist die Adhaesion flüssiger mit festen, z. B. des Wassers mit dem Glase.

33. b) *Verschoben* werden heisst die Berührung verändern, ohne das *Quantum* der Berührung zu verändern. *Getrennt* werden aber heisst die

Be-

Berührung nicht nur verwechseln, sondern *aufheben*.

Dem Verschieben widersteht *Reibung*, dem Trennen aber *Zusammenhang*.

34. Ein Körper heisst nun *flüssig*, wenn seine Theile durch jede auch kleinste Kraft *verschoben* werden können, im Gegensatze aber ein *fester*.

35. Die Flüssigkeit kann nemlich nicht in einem geringen Zusammenhange liegen, weil wir a) für die Bestimmung der Größe des Zusammenhanges keinen sichern Maassstab haben, indem die Brechungsflächen nie gleich seyn können, und b) weil gerade die Flüssigen am meisten zusammenhängen.

36. Noch weniger besteht sie in der Feinheit der Theilchen, oder im Drucke der Athmosphäre; denn nie wird ein Aggregat von noch so kleinen Theilen fester Körper ein Flüssiges, und die Körper hangen auch im luftleeren Raume zusammen.

37. Da die flüssigen sich an allen Theilen berühren, so müssen sie absolute *Dichtigkeit*, und *Stätigkeit* haben.

38. Ein *fester* Körper ist nach dem Grade der Verschiebbarkeit seiner Theile mehr oder weniger *hart*.

b) *Spröd*, wenn sich eine Trennung eines Theils desselben sogleich auf andere Theile fortpflanzt.

c) *Dehn-*

- c) *Dehnbar*. streckbar, wenn seine Theile verschiedene Lagen annehmen, ohne sich zu trennen.
- d) *Weich*, wenn sie die veränderte Gestalt beibehalten.
- e) *Porös*, wenn zwischen den Theilen Räumchen sind, die entweder ganz leer, oder mit einer heterogenen Materie angefüllt sind.

Phänomene der bewegenden Kräfte.

39. Die bewegenden Kräfte lassen sich entweder als aufgehoben, d. i. im *Gleichgewichte*, oder an der *Bewegung* selbst betrachten.

Da Bewegung nichts anders ist, als gestörtes Gleichgewicht, so werden wir zuerst die Phänomene, und die Gesetze angeben, die dem Gleichgewichte eigen sind, und dann zum gestörten Gleichgewicht, d. i. zu den Gesetzen der Bewegung übergehen, und zwar

Erstens die Lehre vom Gleichgewicht *fester* Körper. Sie führt den Namen

G E O S T A T I K.

40. Man betrachtet das Gleichgewicht in den zweien einfachen Maschinen

I. dem

- I. dem Hebel, und
II. der schiefen Ebene.

41. Im Hebel, als mathematischen betrachtet, treten folgende Gesetze ein: Wenn im geradlinichten Hebel sowohl der ersten, als zweiten Art, und im Winkelhebel

- a) bei *senkrechten* Richtungen Kraft, und Last umgekehrt wie die Hebelarme, oder wenn wir diese bc und ac nennen, $p : q = bc : ac$
b) bei *schiefen* Richtungen aber, wo ec und cd die auf diese Richtungen vom Unterstützungspunkte aus gezogenen senkrechten Linien vorstellen, sich umgekehrt wie dieselbe verhalten, oder was eines ist, wenn $p : q = ec : cd$, so ist Gleichgewicht.

42. Anwendung 1. des Winkelhebels auf die Zusammensetzung der Kräfte.

Wenn fa , und fb die Seitenkräfte, afb den Winkel, den fa mit fb macht, fc die mittlere Kraft, afc den Winkel, welchen bc mit af , bfc den, welchen fc mit fb macht, vorstellen, so ist

$$fc = \frac{bc \cdot \sin. afb}{\sin. bfc}$$

$$fa = \frac{fc \cdot \sin. bfc}{\sin. afb}$$

$$fb = \frac{fc \cdot \sin. afc}{\sin. afb}, \text{ und daher}$$

$$fa : fb = \sin. bfc : \sin. afc.$$

43. *Anwendung 2.* auf den Schwerpunkt.

Wenn an einer Linie zwei Kräfte p und q an den Punkten a und b nach

a) den *nehmlichen* Richtungen wirken, so fällt der Schwerpunkt c so zwischen sie, daß

$$ac = \frac{q \cdot ab}{p + q}, \text{ und}$$

$$bc = \frac{p \cdot ab}{p + q}. \text{ — Wenn sie aber}$$

b) nach *entgegengesetzten* Richtungen wirken, so fällt er außer dieselbe, so, daß

$$ac = \frac{q \cdot ab}{q - p}, \text{ und}$$

$$bc = \frac{p \cdot ab}{q - p} \text{ wird.}$$

44. Wäre die Linie in einem Punkte h zwischen a und b unterstützt, so fiele der Schwerpunkt c auch *zwischen* sie, und sein Abstand von h , oder

$$ch = \frac{q \cdot bh - p \cdot ah}{q + p}$$

Wäre aber h *außer* ab , so würde

$$ch = \frac{q \cdot bh + p \cdot ah}{q + p}$$

45. Es läßt sich daher für jede Ebene, Körper u. f. w. ein Schwerpunkt finden,

46. Je höher aber die Schwerkraft eines Körpers bei sonst gleichen Umständen steht, desto leichter fällt er.

47. *Anwendung 3 auf die Rolle.*

a) Bei einer *unbeweglichen* Rolle ist $p = q$,

b) bei der *beweglichen* aber

α) in *parallelen* Richtungen $p = \frac{1}{2} q$,

β) in *nicht parallelen* $p > \frac{1}{2} q$, und zwar
 $p : q = \text{Radius zur Sehne des Bogens,}$
 in deren Endpunkten das Seil die Rolle berührt.

48. *Anwendung 4 auf Flaschenzüge*, bei welchen
 $p : q = 1 : \text{Anzahl der Seile, an welchen die}$
 untere Flasche hängt.

* Verschiedene Arten derselben.

49. *Anwendung 5 auf Winden.*

Wenn $r =$ dem Radius der Welle, und $R =$
 der Länge des Hebels, an dem die Kraft wirkt,
 so ist

$$p : q = r : R,$$

woraus für

50. das *Räderwerk* folgt, daß

$p : q =$ das Produkt aus den Radien der Ge-
 triebe zu dem Produkte aus den Radien der
 Räder.

II.

51. In der *geneigten Ebene* ist, wenn m der Nei-
 gungswinkel, und n der Winkel ist, den die
 Rich-

Richtung der Kraft mit der Länge der Ebene macht, im Gleichgewichte

$$p : q = \sin. m : \cos. n$$

52. Der *Druck* auf die Ebene, oder

$$r = \frac{q \cdot \cos. m}{\sin. \text{tot.}}, \text{ und}$$

53. die Kraft, mit welcher der Körper herabgleitet, oder die *respective Fallkraft*

$$s = \frac{q \cdot \sin. m}{\sin. \text{tot.}}, \text{ also}$$

$$r : s = \cos. m : \sin. m$$

54. *Anwendung 1* auf den *Keil*.

a) Im *einfachen* Keile ist $p : q = \text{Breite} : \text{Länge}$.

b) Im *doppelten* hingegen $p : q = \text{Breite} : \text{doppelten Länge}$.

55. *Anwendung 2* auf die *Schraube*.

a) An der Schraube *ohne Hebel* ist $p : q = \text{Weite der Schraubengänge zu der Peripherie der Spindel}$.

b) An der Schraube *mit einem Hebel* ist $p : q = \text{Weite der Schraubengänge zu der Peripherie, deren Radius der Hebel ist}$.

c) An der Schraube *ohne Ende* ist $p : q = \text{das Produkt aus dem Radius der Welle in die Schraubenweite zu dem Produkte aus der Peripherie in den Radius des Rades}$.

56. Die Lehre von dem zweiten Phänomen der bewegenden Kraft, die *Lehre also von der Bewegung* selbst heißt gewöhnlich

M E C H A N I K.

57. Der Bewegung als Wirkung muß nothwendig eine Ursache [bewegende Kraft] zum Grunde liegen, und die *Größe* der ersten [Quantitas motus] Q , der zweiten V proportional seyn, daher

$$Q : q = V : v$$

58. Mit der *Masse* wächst nothwendig auch die Größe der Bewegung, also wird auch

$$Q : q = M : m, \text{ und daher}$$

$$Q : q = VM : vm, \text{ oder,}$$

59. weil eine Kraft V sich verhält, wie die Geschwindigkeit C , welche sie hervorbringt,

$$Q : q = CM : cm, \text{ und weil [7.] } C = \frac{s}{T},$$

$$Q : q = \frac{MS}{T} : \frac{ms}{t}$$

60. Die Bewegung ist, je nachdem *Eine*, oder *mehrere* Kräfte wirken,

a) eine *einfache*, oder

b) eine *zusammengesetzte*, und beide, je nachdem in gleichen Zeiten *gleiche*, oder *ungleiche* Räume gemacht werden

α) eine

- α) eine *gleichförmige*, oder
β) eine *ungleichförmige*.

61. Da für die Geschwindigkeit der einfachen *gleichförmigen* Bewegung [motus aequabilis] die oben [7.] gefundene Formel

$$C = \frac{S}{T} \text{ paßt, so wird}$$

für die *Zeit* $T = \frac{S}{C}$, und

für den *Raum* $S = CT$ gelten, so,

62. daß sich diese letzte Formel für den Raum durch ein *Parallelogram* vorstellen läßt, dessen Seiten C , und T sind. *(Höhe u. Grundlinie.)*

*Recht-
eck.*

63. Die einfache *ungleichförmige* Bewegung kann nur entweder

- a) eine *beschleunigte* [acceleratus], oder
b) eine *verzögerte* [retardatus] seyn, *und* zwar beide entweder *gleichförmig*, oder *ungleichförmig* beschleunigt, und verzögert seyn.

Anmerk. Hier ist die Rede nur von der *gleichförmig* beschleunigten, und *gleichförmig* verzögerten Bewegung [motus uniformiter acceleratus et uniformiter retardatus].

64. Bewegt sich ein Körper mit *gleichförmig* beschleunigter Bewegung, so erhält er in jeder Zeiteinheit [z. B. einer Sekunde] eine *neue*, und
zwar

zwar gleichgrosse Geschwindigkeit. Es wird sich also die am Ende der Zeit T erlangte Geschwindigkeit C verhalten, wie die Zeit selbst, oder

$$C : c = T : t$$

Zusatz. Wenn daher die am Ende einer Sekunde erlangte Geschwindigkeit $= k$ ist, so wird

$$k : C = 1'' : T'', \text{ also}$$

$$C = k T$$

65. Hätte der Körper sich mit der am Ende von T erlangten Geschwindigkeit C gleich anfangs gleichförmig bewegt, so wäre $S = CT$ gewesen [61]. Denkt man sich aber diese ganze Zeit T in unendlich viele, und eben darum unendlich kleine Theile getheilt, so wird jeder Theil $= \frac{T}{\infty}$. Da sich die erlangten Geschwindigkeiten wie die Zeiten verhalten, so wird $\frac{T}{\infty} = \frac{C}{\infty}$, folglich die entsprechende Geschwindigkeit

$$\text{im ersten Zeittheilchen} = 0 + \frac{C}{\infty} = \frac{1C}{\infty}$$

$$\text{im zwoten} \quad . \quad . \quad . \quad = \frac{C}{\infty} + \frac{C}{\infty} = \frac{2C}{\infty}$$

$$\text{im dritten} \quad . \quad . \quad . \quad = \frac{2C}{\infty} + \frac{C}{\infty} = \frac{3C}{\infty} \text{ u. f. w.}$$

$$\text{im } \infty \text{ten} \quad . \quad . \quad . \quad = \frac{\infty C}{\infty} \text{ feyn.}$$

Da

Da aber für ein unendlich kleines Zeittheilchen die Bewegung eine gleichförmige seyn muß, so wird der Raum $\frac{S}{\infty}$

$$\text{im ersten Zeittheilchen} = \frac{C}{\infty} \cdot \frac{T}{\infty} = \frac{CT}{\infty^2}$$

$$\text{im zwoten} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad = \frac{2C}{\infty} \cdot \frac{T}{\infty} = \frac{2CT}{\infty^2}$$

$$\text{im dritten} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad = \frac{3C}{\infty} \cdot \frac{T}{\infty} = \frac{3CT}{\infty^2} \text{ u. s. w.}$$

$$\text{im } \infty \text{ten} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad = \frac{\infty C}{\infty} \cdot \frac{T}{\infty} = \frac{\infty CT}{\infty^2}$$

Die Summe aller dieser unendlich kleinen Räume giebt den ganzen Raum, und es wird also

$$S = \frac{CT}{\infty^2} + \frac{2CT}{\infty^2} + \frac{3CT}{\infty^2} \dots + \frac{\infty CT}{\infty^2}$$

$$= CT \left(\frac{1}{\infty^2} + \frac{\infty}{\infty^2} \right) \frac{\infty}{2}$$

$$= \frac{1}{2} CT,$$

woraus sich nun leicht ergibt für die Geschwin-

$$\text{digkeit } C = \frac{2S}{T} \text{ und für die Zeit } T = \frac{2S}{C}$$

Zusatz. Setzen wir, eine Bewegung, durch welche der Raum σ gemacht wird, daure nur eine Sekunde, so wird $\sigma = \frac{1}{2} k$, und

$$k = 2\sigma, \text{ oder}$$

da

da oben [64. Zuf.] $C = k T$ war, so wird nun
 $C = 2 \sigma T$.

66. Der in der *gleichförmigen* Bewegung mit C gemachte Raum war [61.] $= C T$, der in gleichförmig beschleunigter Bewegung gemachte Raum aber ist [65.] $= \frac{C T}{2}$, also verhalten sich beide Räume zu einander $= 2 : 1 = 1 : \frac{1}{2}$. Es wird sich also auch der letztere Raum durch ein Dreiecke vorstellen lassen, dessen Höhe $= T$, und dessen Basis $= C$ ist.

67. Wenn nun Fig. 1. die ganze Zeit in mehrere z. B. drei Theile getheilt gedacht wird, so stellt A E F den Raum in einer Sekunde, A G I den Raum in zwei, und A B D den Raum in drei Sekunden vor. Zieht man die Hilfslinien E L und G K mit A D, und F K mit A B parallel, so entstehen lauter Dreiecke, welche ähnlich, und gleich sind, und zwar so, daß

der Raum für 1" nur 1 Δ

der — — 2" — 4 Δ

der — — 3" — 9 Δ u. f. w.

enthält, folglich diese Räume sich verhalten, wie

1^2 , 2^2 , 3^2 , u. f. w., oder was eines ist, wie die Quadrate der Zeiten, d. h. es ist

$S = T^2$, und folglich

$T = \sqrt{S}$, und [64.] $= C$

Zusatz,

Zusatz. Ist σ der Raum für i'' , so wird

$$\sigma : S = i''^2 : T^2, \text{ also}$$

$$S = \sigma T^2, \text{ und daher}$$

$$T = \sqrt{\frac{S}{\sigma}}$$

68. Aus einer ähnlichen Betrachtung der obigen Figur ergibt sich, daß die in *einzelnen* Zeiten gemachten Räume sich verhalten, wie die *ungeraden Zahlen*, 1, 3, 5 u. s. w.

69. Da die *gleichförmig verzögerte* Bewegung der gleichförmig beschleunigten gerade entgegengesetzt ist, so wird hier für die *verlohrne* [aufgehobene] Geschwindigkeit C das nehmliche Verhältniß passen, das wir oben [64.] für die *erlangte* gefunden haben, nehmlich

$$C : c = T : t, \text{ und}$$

Zusatz reduzirt auf i''

$$C : k = T : 1, \text{ also}$$

$$C = kT \text{ feyn.}$$

70. Die Formel $S = \frac{1}{2} CT$ gilt aus ähnlichen Gründen auch hier für den *nichtgemachten* [aufgehobenen] Raum.

Zusatz 1. Der in i'' aufgehobene Raum σ wird

$$\text{also} = \frac{1}{2} k, \text{ und daher}$$

$$k = 2\sigma, \text{ folglich}$$

die

die am Ende verlorne Geschwindigkeit

$$C = 2 \sigma T$$

Zusatz 2. Eben darum wird auch die obige Figur umgekehrt für diese Bewegungsart taugen, und daher der *nichtgemachte* Raum

$$S = T^2 = C^2, \text{ und}$$

$$T = C = \sqrt{S} \text{ feyn, folglich auch}$$

Zusatz 3, wenn σ der nichtgemachte Raum für $\frac{1}{1}$ ist,

$$S : \sigma = T^2 : 1, \text{ also}$$

$$S = \sigma T^2 \text{ feyn.}$$

71. Die *wirkliche* Geschwindigkeit G wird daher, wenn κ die *anfängliche* bezeichnet

$$= \kappa - C \text{ [69. Zuf.]}$$

$$= \kappa - k T \text{ [70. Zuf. 1.]}$$

$$= \kappa - 2 \sigma T$$

72. Der *wirklich gemachte* Raum W wird

$$= \kappa T - S \text{ [70. Zuf. 3.]}$$

$$= \kappa T - \sigma T^2$$

$$= (\kappa - \sigma T) T, \text{ oder [70. Zuf. 1.]}$$

$$= (\kappa - \frac{1}{2} k T) T$$

73. Die *Zeit* der Bewegung wird nothwendig dann vollendet feyn, wenn

$$\kappa - 2 \sigma T = 0 \text{ ist, folglich}$$

$$T =$$

$$T = \frac{x}{2\sigma} \text{ oder [70. Zuf. 1.]} \\ = \frac{x}{k} \text{ feyn.}$$

Die Anwendung

74. der *gleichförmig beschleunigten* Bewegung finden wir im Falle der Körper; denn sie fallen durch die *immer* und *gleich* wirkende Schwerkraft.
75. Die Erfahrung hat diese Behauptung als wahr nachgewiesen; denn *Riccioldi* und *Grimaldi* fanden folgende Resultate

In Sekunden	war der in jeder einzelnen Sekunde durchlaufene Raum in römischen Schuhe	der am Ende der Zeit durchlaufene Raum
1	15 oder 1	$15 = 1^2 \cdot 15$
2	45 — 3	$60 = 2^2 \cdot 15$
3	75 — 5	$135 = 3^2 \cdot 15$
$30'' = \frac{1}{2}'$	885 — 59	$13500 = 30^2 \cdot 15$
$60'' = 1'$	1685 — 119	$54000 = 60^2 \cdot 15$

Folglich

Folglich fielen die Kugeln, mit welchen die Versuche gemacht wurden, mit gleichförmig beschleunigter Bewegung [a].

76. Aus dem Resultate, daß ein Körper in $1''$ 15 römische Schuhe falle, und den oben [65. Zus. und 67. Zus.] aufgefundenen Formeln läßt sich für einen bestimmten Fall, wenn der Raum, oder die Zeit gegeben sind, alles leicht bestimmen.
77. Die Anwendung der *gleichförmig verzögerten* Bewegung finden wir im *senkrechten Steigen* der Körper; denn durch die Schwerkraft muß der Körper in *jeder Zeiteinheit* eine *gleiche* Geschwindigkeit verlieren.
78. Da die Wirkung der Schwerkraft auf den fallenden und steigenden Körper gleich groß ist, so muß auch *hier* $\sigma = 15$ Schuhe seyn. Folglich

[a] Ich gebe hier das Resultat der Riccioli'schen Versuche in runden Zahlen. Allerdings macht der Widerstand der Luft einige kleine Aenderungen, und es ist daher sehr begreiflich, warum die Versuche anderer Beobachter [z. B. *Dechaies* seine] ein bischen von unsern Angaben abweichen. — Die Erfahrung weist uns immer die Theorie nur beinahe nach. Diese Bemerkung mag auch für die Zukunft gemacht seyn!

lich läßt sich durch die oben [70—73.] aufgefundenen Formeln, wenn die anfängliche Geschwindigkeit x gegeben ist, für ein bestimmtes Steigen alles bestimmen.

79. *Zusammengesetzt* heißt eine Bewegung, wenn mehrere Kräfte zugleich wirken. Wirken sie beide in der *nehmlichen* Richtung, so wird die Summe der Bewegung der Summe der Kräfte proportional. Wirken sie aber unter einem Winkel, dann wird die zusammengesetzte Bewegung, je nachdem die Kräfte *gleichartig*, oder *ungleichartig* sind, entweder

a) eine *geradlinichte*, oder

b) eine *krumlinichte*.

80. Wenn nemlich die zwei Kräfte AC und AB [Fig. 1.] auf den Körper A wirken, so wird er keiner allein folgen, sondern eine mittlere Richtung AD nehmen, welche immer die Diagonale eines Parallelogrammes ist, das aus dem Winkel, den die Richtungen der Kräfte am Körper bilden, und den gegebenen Kräften selbst ergänzt wird.

Zusatz. Die Geschwindigkeit durch AD wird sich also zu der durch eine Seite z. B. AC verhalten $\equiv AD : AC$. Daher *gewinnt* der Körper in Rücksicht jeder *einzelnen* Kraft, *verliert* aber in Rücksicht der *Summe* der Kräfte — aber um *so weniger*, je *spitzer* der Winkel ist.

81. Da es gleichviel ist, ob die Kraft AD allein, oder AB und AC zugleich unter Winkel wirken, so läßt sich auch jede einfache Kraft und jede Bewegung als eine zusammengesetzte betrachten.

Zusatz. Wirken mehrere Kräfte als zwei, so ist's auch hier leicht, die mittlere zu finden.

Anmerkung. Der mathematische Beweis dieser Sätze gründet sich auf die Zusammensetzung der Kräfte. Siehe *Knogler's Elemente der angewandten Mathematik* §. 62.—76. *pag. 17. 42.*

82. Arten dieser zusammengesetzten Bewegung sind die Bewegungen

- a) über *Eine geneigte Ebene*,
- b) über *mehrere solche Ebenen*,
- c) über einen *Kreisbogen*, die man alle unter dem Namen der Bewegungen *auf vorgeschriebenem Wege* zusammenfaßt, und sie der *freien Bewegung* entgegensetzt.

A.

83. Unter einer *geneigten Ebene* versteht man eine Ebene ab [Fig. 2.], welche mit der horizontalen Linie bc einen Winkel abc [*Neigungswinkel*] macht. Die Entfernung ac des höchsten Punktes der Ebene von der horizontalen Linie nennet man die *Höhe A*, die horizontale Linie

Linie ab die *Grundlinie* B , und ab die *Länge* der Ebene L .

84. Wenn ein Körper z. B. eine Kugel A über die geneigte Ebene herabfällt, so bleibt ihr von der Kraft AF nur mehr der Theil Ae übrig. Indessen fällt der Körper doch mit *gleichförmig beschleunigter* Bewegung.

Die Kraft AF nennt man die *absolute*, die Kraft Ae aber die *respective Fallkraft*. Wir werden die erste immer mit V , die zwote mit v bezeichnen.

85. In dieser Bewegung ist $V : v = L : A$; denn wegen Aehnlichkeit der Dreiecke abc , und FgA ist

$$AF : gF = ab : ac, \text{ oder} \\ V : v = L : A$$

86. Wenn $G =$ der *Geschwindigkeit* durch AF , $g =$ der durch Ae , so ist

$$G : g = L : A; \text{ denn} \\ G : g = V : v, \text{ also [85.] auch} \\ G : g = L : A$$

87. Würde in der *Zeit* T die *Höhe*, in t aber die *Länge* durchlaufen, so wird $T : t = A : L$; denn [67.]

$$S : s = VT^2 : vt^2, \text{ folglich}$$

$$T : t$$

$$T : t = \sqrt{\frac{S}{V}} : \sqrt{\frac{s}{v}}$$

Es ist aber hier $S = A$, und $s = L$, also [85.]

$$\begin{aligned} T : t &= \sqrt{\frac{A}{L}} : \sqrt{\frac{L}{A}} \\ &= A : L \end{aligned}$$

88. Bezeichnet S den *Raum*, der an der *Höhe*, s den, welcher an der *Länge* in der *nehmlichen* Zeit gemacht wird, so ist $S : s = L : A$; denn da

$$S : s = VT^2 : vt^2, \text{ hier aber}$$

$T = t$ ist, so wird [85.]

$$S : s = L : A \text{ feyn.}$$

89. Der Raum, welcher durch V gemacht wird, verhält sich also zu dem durch v gemachten, wie A zu dem Theil von L , der durch eine aus dem rechten Winkel gezogene senkrechte Linie abgeschnitten wird; denn [88.] ist für AD [Fig.3.]

$$S : s = AD : AF$$

Durch die senkrechte Linie bF wird $\triangle DAF \sim \triangle bAF$, folglich

$$S : s = AF : Ab$$

Eben so ist für die Ebene Ae

$$S : s = AF : Ae$$

Zusatz 1. Daher werden alle Sehnen eines Kreises Ag Fb in der *nehmlichen* Zeit durchlaufen, in welcher der Durchmesser AF durchlaufen wird; denn

denn die Sehnen Ab , Ag , Ah , Ae nach D , ε , γ , C , verlängert stellen eben so viele geneigte Ebenen vor, in welchen

$$\begin{aligned} S : s &= AF : Ab \\ &= AF : Ae \\ &= AF : Ag \\ &= AF : Ah \text{ ist.} \end{aligned}$$

Zusatz 2. Da nun alle Sehnen in der nehmlichen Zeit, wie der Durchmesser durchlaufen werden, so werden sie selbst alle in der nehmlichen Zeit durchlaufen.

90. Wenn C die im Falle durch A , und c die im Falle durch L in der nehmlichen Zeit erlangte *Geschwindigkeit* ist, so ist $C : c = \sqrt{L} : \sqrt{A}$; denn [67.] ist

$$\begin{aligned} C : c &= \sqrt{S} : \sqrt{s}, \text{ daher [88.]} \\ &= \sqrt{L} : \sqrt{A} \end{aligned}$$

Zusatz. Die *am Ende* von A und L erlangten *Geschwindigkeiten* aber sind gleich; denn [64.]

$$C : c = VT : vt, \text{ also [87. und 89.]}$$

$$C : c = LA : AL, \text{ folglich}$$

$$C = c$$

91. Um den Fall über *zwei verschiedene geneigte Ebenen* zu vergleichen, setzen wir für die eine die respective Fallkraft $= \Phi$,
die Höhe $= \alpha$,

die

die Länge $= \lambda$,

die Grundlinie $= \beta$,

den Raum $= \sigma$,

die Zeit $= \mathfrak{Z}$,

die wirkliche Geschwindigkeit $= \gamma$,

die am Ende erlangte Geschwindigkeit $= \kappa$,

Für die andere Ebene mögen für die nehmlichen Stücke die entsprechende lateinische Buchstaben gelten, und es wird

$$92. \quad \Phi : f = \frac{\alpha}{\lambda} : \frac{a}{1} ; \text{ denn [87.] ist}$$

$$V : \Phi = \lambda : \alpha, \text{ also}$$

$$\Phi = \frac{V \cdot \alpha}{\lambda}$$

Eben so ist $V : f = 1 : a$, also

$$f = \frac{V \cdot a}{1}, \text{ folglich}$$

$$\Phi : f = \frac{\alpha}{\lambda} : \frac{a}{1}$$

$$93. \text{ Eben so wird } \gamma : g = \frac{\alpha}{\lambda} : \frac{a}{1} ; \text{ denn}$$

da allgemein die Geschwindigkeiten im Verhältnisse der Fallkräfte stehen, so wird

$$\gamma : g = \Phi : f, \text{ also [92.]}$$

$$= \frac{\alpha}{\lambda} : \frac{a}{1}$$

94. Dagegen wird $x : k = \sqrt{a} : \sqrt{a}$; denn in der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist

$$x = \phi \mathfrak{J}, \text{ also [93.]}$$

$$= \frac{a \mathfrak{J}}{\lambda}, \text{ und}$$

$$x^2 = \frac{a^2 \mathfrak{J}^2}{\lambda^2}$$

In der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist allgemein $s = v t^2$, also hier

$$\sigma = \phi \mathfrak{J}^2 \text{ [93.]}$$

$$= \frac{\mathfrak{J}^2 a}{\lambda}$$

Der Raum, welcher hier gemacht wird, ist λ , also

$$\sigma = \lambda = \frac{\mathfrak{J}^2 a}{\lambda}, \text{ folglich}$$

$$\lambda^2 = \mathfrak{J}^2 a, \text{ und}$$

$$a = \frac{\mathfrak{J}^2 a^2}{\lambda^2}$$

$$\text{Nun war } x^2 = \frac{\mathfrak{J}^2 a^2}{\lambda^2}, \text{ also auch}$$

$$= a, \text{ und}$$

$$x = \sqrt{a}$$

Das

Das nehmliche gilt von k , also $x : k = \sqrt{\alpha} : \sqrt{a}$

Zusatz. Bei gleichen Zeiten aber ist

$$x : k = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\lambda}} : \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{1}} ; \text{ denn [90.]}$$

$$C : x = \sqrt{\lambda} : \sqrt{\alpha} , \text{ folglich}$$

$$x = C \cdot \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\lambda}}$$

Eben so ist

$$k = C \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{1}} , \text{ also}$$

weil die im senkrechten Falle erlangten Geschwindigkeiten C gleich sind,

$$x : k = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\lambda}} : \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{1}}$$

$$95. \sigma : s = \frac{\alpha}{\lambda} : \frac{a}{1} ; \text{ denn}$$

in der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist

$$S = VT^2 , \text{ also}$$

$$\sigma = \Phi \mathfrak{S}^2 , \text{ und}$$

$$s = f t^2 , \text{ und da } \mathfrak{S} = t , \text{ so wird [92.]}$$

$$\sigma : s = \frac{\alpha}{\lambda} : \frac{a}{1}$$

96. Endlich ist $S : t = \frac{\lambda}{\sqrt{\alpha}} : \frac{1}{\sqrt{a}}$: denn da

$S = VT^2$, folglich $T = \sqrt{\frac{S}{V}}$, so wird

$$S : t = \sqrt{\frac{\sigma}{\phi}} : \sqrt{\frac{s}{f}}.$$

Nun ist aber hier $\sigma = \lambda$, und $s = 1$, also
[92.]

$$\begin{aligned} S : t &= \sqrt{\frac{\lambda^2}{\alpha}} : \sqrt{\frac{1^2}{a}} \\ &= \frac{\lambda}{\sqrt{\alpha}} : \frac{1}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

B.

97. Es ist offenbar, daß auch bei *zusammengesetzten* geneigten Ebenen für jede einzelne eben die Gesetze der Bewegung eintreten müssen, wie bei *Einer* einzelnen. Aber durch die *Zusammensetzung verändert sich die Geschwindigkeit* nothwendig beim Uibergang von einer Ebene zur andern, und zwar

98. *im Verhältnisse des Sinus totus zum Cosinus des Neigungswinkels*; denn, wenn ABn so eine aus AB und Bn *zusammengesetzte Ebene* ist, und man mit dem Radius AB den Kreis $eACD$ beschreibt, welcher die verlängerte Ebene AB in

in d, und B C in C und e schneidet, so entstehen die zween gleichen Winkel A B e und C B d, deren Sinusse A D und C F sind.

Weil A B zu D B C geneigt ist [ex hypoth], so werden auch die Richtungen der für beide entsprechenden Fallkräfte sich unter einem Winkel schneiden, folglich die auf B C mit der absoluten Fallkraft einen andern Winkel machen, als die auf A B, und sich eben darum bei dem Uibergange von A B auf B C ändern.

Setzen wir, es drehe sich das Ganze um B, so, daß F C horizontal, und A B darauf senkrecht wird, wie die punktirten Linien der Figur, so wird nur mehr *Eine* geneigte Ebene B C bleiben.

Bewegte sich nun der Körper durch die senkrechte Höhe A B, so erlangte er eine gewisse Geschwindigkeit, mit welcher er sich nach d fortbewegen würde, wenn ihn nicht die geneigte Ebene hinderte. Und da die durch A B erlangte Geschwindigkeit die absolute Fallkraft auf B C vorstellt, so wird [87.] sich diese V zur respektiven v verhalten $= B C : F B$.

Da $\triangle A B D \sim \triangle B C F$, so ist

$$V : v = B C : B D$$

$$= \text{Rad} : \cos. \text{ des Neigungswinkels der Ebenen zu einander,}$$

Und

Und da die Geschwindigkeiten sich nothwendig verhalten, wie die Kräfte, so wird auch

$G : g = \text{Rad} : \cos.$ des Neigungswinkels;
da aber Radius $>$ cosinus, so wird auch die Geschwindigkeit im senkrechten Falle $G >$ die Geschwindigkeit über die Ebene g . Es *verliert* also der Körper an Geschwindigkeit nach dem obigen Verhältnisse.

Alles dieses tritt aber auch bei dem Uibergange von einer Ebene zur andern ein, also u. s. f.

99. Die Größe dieses Verlustes selbst aber ist $=$ dem Querfinus des Neigungswinkels, weil

$$G = Be ; g = BD , \text{ also}$$

$$G - g = De \text{ ist.}$$

Zusatz 1. Ist $G - g = x$, so wird $G : x = \text{Sin. tot.} : \text{Querfinus.}$

Zusatz 2. Daher auch die Verluste bei verschiedenen Uibergängen $=$ den entsprechenden Querfinussen.

Zusatz 3. Daher kommt der Körper auch von einem Punkte zum andern in einer geraden Linie geschwinder, als in einer krummen.

100. Mehrere geneigte Ebenen miteinander bilden einen Theil eines *Polygones*. In der Bewegung über dasselbe *verliert* also der Körper an Geschwin-

geschwindigkeit, und zwar, wenn es ein regulaires ist, *im Verhältnisse des Polygoneinkels*.

101. Wenn aber ein Körper sich über das Polygon $abDBA$ [Fig. 5.] bewegt, erhält er während seiner Bewegung durch ab eine Geschwindigkeit $= c$, die ihn, wenn seine Bewegung in b durch eine widerstehende Fläche unterbrochen würde, in der nemlichen Zeit mit verzögerter Bewegung durch $bc = BA$ bringen würde. Aber bei seinem Uibergang auf bD verliert er [98. 99.] x , und seine anfängliche Geschwindigkeit ist nun $= c - x$. In seiner Bewegung über bD erlangt er wieder eine neue Geschwindigkeit k , und kömmt also mit $k \mp [c - x]$ in D an, verliert bis B wieder k , und in B neuerdings γ . Es bleibt ihm also nur mehr $c - x - \gamma$. Da er aber nothwendig c haben müßte, um nach A zu kommen, so wird er etwa nur bis z steigen.

102. Indessen verhalten sich doch die Zeiten, in welchen die Theile BCD , und bcd [Fig. 6.] ähnlicher Polygone beschrieben werden, wie die $\sqrt{V}$ derselben; denn [ex hypoth.] sind die Winkel dce und DCE , folglich auch die Fallkräfte, die Verluste, und die Beschleunigungen gleich. Heissen nun für BC und bc die Zeiten T , t , so wird [67.]

$$T : t = \sqrt{BC} : \sqrt{bc}$$

Heissen

Heißen für CD und cd die Zeiten τ , $\mathfrak{S}$,
so wird

$$\tau : \mathfrak{S} = \sqrt{CD} : \sqrt{cd}$$

Da aber wegen Aehnlichkeit der Figuren
 $BC : bc = CD : cd$, also auch

$$\tau : \mathfrak{S} = \sqrt{BC} : \sqrt{bc}, \text{ folglich auch}$$

$$T \pm \tau : t \pm \mathfrak{S} = \sqrt{BC} : \sqrt{bc}$$

Homologe Seiten ähnlicher Polygone verhalten
sich wie diese selbst [p. Geom.], also

$$T \pm \tau : t \pm \mathfrak{S} = \sqrt{BCD} : \sqrt{bcd}$$

103. Wären die Polygonwinkel $\frac{1}{\infty}$, so würde
auch der Verlust $= 0$; denn er verliert zwar
bei den unendlich vielen Winkeln unendlich
viele Theile seiner Geschwindigkeit; aber da
dieser Verlust $=$ Quersinus, also [Fig. 4.]
 $= Fd$, und

$$Fd : FC = FC : FB \text{ ist, so wird}$$

$$Fd \cdot FB = FC \cdot FC$$

Da aber die Winkel unendlich klein sind,
so kann auch ihr Sinus nur $= \frac{1}{\infty}$, folglich

$$Fd \cdot FB = \frac{1}{\infty^2}, \text{ um so mehr also}$$

$$Fd = \frac{1}{\infty^2} \text{ seyn.}$$

Der

Der ganze Verlust ist also

$$x = \infty \cdot \frac{1}{\infty^2} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Zusatz. Eine krumme Linie, z. B. ein Kreis kann als so ein Polygon betrachtet werden, und alle Kreise sind einander ähnlich, folglich verliert

a) der Körper durch seine Bewegung im Kreise nichts an Geschwindigkeit, und es verhalten sich

b) die Zeiten wie die $\sqrt{\sqrt{}}$ der beschriebenen Bögen.

C.

104. Die Bewegung eines Körpers in einem *Kreisbogen* heißt *Pendelbewegung*.

Anmerkung. Da hier die Bewegung des Pendels als eine Bewegung über eine Seite eines Polygons behandelt wird, so darf man sich nicht wundern, daß sie hier unter der Rubrik der *geradlinichten* Bewegung vorkommt, obwohl sie in der That eine *krumlinichte* ist.

105. *Pendel* [Pendulum] ist ein jeder Körper, der an einem festen Punkte so aufgehängt ist, daß er sich um denselben frei bewegen, d. i. *Schwingungen*

gungen [Oscillationes] machen kann. So ist z. B. der Körper A [Fig. 7.] der durch den Faden CA in C befestigt ist, und um C den Kreisbogen B A D beschreiben kann, ein Pendel.

Der Schwerpunkt des Körpers A heisst hier der *Mittelpunkt der Schwingung* [Centrum Oscillationis], der unbewegliche Punkt C aber der *Mittepunkt der Bewegung* [Centrum motus], und die Entfernung des ersten von dem zweiten die *Länge* [Longitudo] des Pendels = L.

106. Wir unterscheiden aber hier zwischen einem *mathematischen*, und einem *physischen* Pendel. Denkt man sich nemlich daran alles, den Schwerpunkt ausgenommen, als nicht schwer, so ist es ein *mathematisches*, sonst ein *physisches*, welches wieder, je nachdem die Stange aus einem, oder mehreren Theilen besteht, ein *einfaches*, oder ein *zusammengesetztes* ist.

Hier ist die Rede nur von dem *mathematischen*, auf das sich die physischen alle reduciren lassen.

107. Der Winkel B C A, oder M C A, den die Längen des Pendels mit der senkrechten Linie C A machen, heisst der *Erhebungswinkel* [ang. Elevationis, Elongationis]

108. Zwei Pendel heissen *gleichzeitig* [isochrona], wenn sie in gleichen Zeiten ihre Schwingungen machen.

machen. Macht es in jeder Sekunde eine Schwingung, heißt es ein *Sekundenpendel* u. f. w.

109. Es sieht aus dieser Beschreibung des Pendels jeder selbst, daß es in der Lage *CA* ruhen, in jeder andern *BC*, *CM*, *CD* aber, und zwar mit seiner *respectiven* Fallkraft fallen, und in seiner Bewegung einen *Kreisbogen* beschreiben müßte.

110. Heissen für die Punkte *B* und *M* die respectiven Fallkräfte *v* und *f*, und die Erhebungswinkel *s* und σ , so wird $v : f = s : \sigma$; denn, wenn das Pendel die schiefe Lage *CB* hat, so wird die absolute Fallkraft *V* hier $=$ *FB* in die zwei Seitenkräfte *BI*, *BG* aufgelöst, von welchen die erste in der Tangente des Bogens *BA*, die zweite aber der Länge des Pendels entgegen wirkt, und folglich aufgehoben wird. Daher wird

$$\begin{aligned} V : v &= BF : BI \\ &= BF : FG \end{aligned}$$

Zieht man *EB* auf *AC* senkrecht, so wird *BE* der Sinus des Erhebungswinkels, und $\triangle GBF \sim \triangle BCE$, also auch

$$\begin{aligned} V : v &= BC : CE, \text{ oder} \\ &= L : s, \text{ und} \end{aligned}$$

$$v = \frac{V \cdot s}{L}$$

Eben

Eben so wird für den Punkt M

$$f = \frac{V \cdot \sigma}{L}, \text{ also}$$

$$v : f = s : \sigma$$

Zusatz 1. Da die Sinusse von B gegen A immer abnehmen, und von A gegen D immer wachsen, so kann die Bewegung auch keine *gleichförmig* beschleunigte, und verzögerte seyn. Indessen ist diese Annahme für nicht äusserst genaue Resultate, bei sehr kleinen Bögen, und einer beträchtlichen Länge des Pendels immer zureichend.

Zusatz 2. Wenn man [Fig. 8.] zu den Punkten B, M und A die Tangenten, und durch B und M die senkrechten Linien wx, yz zieht, so wird

$$\triangle BCE \sim \triangle GB y, \text{ und}$$

$$\triangle CMN \sim \triangle M m x, \text{ also}$$

$$CB : BE = BG : B y, \text{ oder}$$

$$L : s = \text{Sin. tot.} : \text{Sin. BGF}, \text{ also}$$

$$V : v = \text{Sin. tot.} : \text{Sin. BGF}, \text{ und}$$

$$v = \frac{V \cdot \text{Sin. BGF}}{\text{Sin. tot.}}$$

Eben so wird für den Punkt M wegen Aehnlichkeit der Dreiecke CMN und M m x

$$f =$$

$$f = \frac{V \cdot \sin. M m x}{\sin. tot.} \text{ also auch}$$

$$v : f = \sin. B G F : \sin. M m x$$

III. Ist ein Pendel von B nach A gefallen, so hat es eine Geschwindigkeit erlangt, mit der es auf der andern Seite eben so hoch bis D in die Höhe steigt, wo es seine ganze erlangte Geschwindigkeit verliert, und wieder zurückfällt — ohne Ende fort, wenn kein Widerstand der Luft, der Reibung am Aufhängspunkte u. dgl. einträte. — Wegen diesen Hindernissen aber beschreibt es immer kleinere Bögen, und ruht am Ende gar. Indessen

III2. sind alle diese Schwingungen, wenn sie sehr klein sind, gleichzeitig; denn, wenn die beschriebenen Bögen sehr klein sind, unterscheiden sie sich sehr wenig von ihren Sehnen, und man kann also [ohne merklichen Fehler] annehmen, das Pendel falle über die Sehne, als eine geneigte Ebene herab. Nun sind alle Sehnen eines Kreises gleichzeitige Räume [89. Zuf. 2.], also u. f. w.

Zusatz. Indessen ist dieser von *Keillius* zuerst eingeführte Satz nicht ganz richtig; denn da die respectiven Fallkräfte an verschiedenen Punkten des Bogens [110. Zuf. 2.]

$$v : f = \sin. B G F : \sin. M m x,$$

so

so wird die Fallkraft über den unendlich kleinen Bogen BA 1) in B zweimal so groß, als über die Sehne, und 2) nur in der Hälfte des Bogens, und der Sehne gleich seyn; denn

1) da als äußerer Winkel $BGF = BAG + ABG$, und $BAG = ABG$ ist, wird

$$BGF = 2BAG = 2ABG.$$

Der Winkel $BAG = ABG$ wird durch $\frac{1}{2}AMB$, folglich BGF durch den ganzen Bogen AMB gemessen.

Da diese Winkel [ex hypoth.] sehr klein sind, so werden sie sich beinahe verhalten, wie ihre Sinusse, also auch

$$\text{Sin. } BGF = 2 \text{ Sin. } BAG.$$

Nun ist aber die respektive Fallkraft v über die Sehne [88.]

$$= V. \frac{\text{Sin. } BAG}{\text{Sin. tot.}}$$

die respektive Fallkraft v' über den Bogen aber [110. Zuf. 2.]

$$= \frac{V \cdot \text{Sin. } BGF}{\text{Sin. tot.}}, \text{ also}$$

$$v : v' = \text{Sin. } BAG : \text{Sin. } BGF \\ = 1 : 2$$

2) Setzen wir aber M sey in der Mitte des Bogens, und der Sehne, so, daß $BA = 2MA$,

$2 M A$, und der Winkel $B G F = 2 M m F$ ist, weil sie von den Bögen $\frac{1}{2} B M A$, und $\frac{1}{2} M A$ gemessen werden, so ist auch der Winkel $B G F = 2 B A m$, also $M m F = B A m$. und $M m$ mit der Sehne parallel. In der Mitte der Sehne und des Bogens also die Fallkräfte gleich. Daher ist's denn auch offenbar, dass die Gleichzeitigkeit der Schwingungen nicht vollkommen richtig ist.

Zusatz. 2. Soll die Bewegung über verschiedene Bögen als gleichzeitig betrachtet werden können, so müssen unendlich kleine Kreisbögen als unendlich kleine Bögen einer *Radlinie* [Cycloide] betrachtet werden, weil diese Linie eine *tautochrone* ist.

113. Wenn T , t die *Schwingungszeiten* von zwei Pendeln bedeuten, so wird $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$; denn [103. Zus. b.]

$$T : t = \sqrt{B A D} : \sqrt{b a d}, \text{ also} \\ = \sqrt{L} : \sqrt{l}$$

114. Bedeuten N , n die *Anzahl der Schwingungen* in einer bestimmten Zeit, so wird $N : n = \sqrt{l} : \sqrt{L}$; denn

$$N : n = \frac{1}{T} : \frac{1}{t} \text{ also [113.]} \\ = \sqrt{l} : \sqrt{L}$$

Zusatz.

Zusatz. Hier, und 113 wurde die Fallkraft für beide Pendel als *gleich* vorausgesetzt. Wäre aber diese verschieden, so müßte sie in den Calcul aufgenommen werden, und daher

$$T : t = \frac{\sqrt{L}}{V} : \frac{\sqrt{l}}{v}, \text{ und}$$

$$N : n = \frac{V}{\sqrt{L}} : \frac{v}{\sqrt{l}} \text{ werden.}$$

G e b r a u c h

115. von den Pendeln machte man allererst, als man sie zu *Zeitmessern* bestimmte. *Galilaeo Galilaei* war der erste, der auf diesen Gedanken kam. *Riccioli* und *Grimaldi* gebrauchten sie schon zu ihren Versuchen über den senkrechten Fall der Körper, und *Huyghens* brachte sie an den Uhren an.

116. Die zwote eben so, oder noch mehr wichtige Anwendung erhielt das Pendel bei der Untersuchung über die *verschiedene Schwere an verschiedenen Orten der Erde*.

Als nemlich *Richer* 1672 von der Pariser Akademie zu Beobachtungen nach *Cayenne* nahe am Aequator geschickt wurde, gieng bei seiner Ankunft sein von Paris mitgebrachtes Pendel zu spät, und er mußte es um $1\frac{1}{4}$ Linie verkürzen.

Im

Im J. 1736 wurde *Maupertuis* mit ähnlichen Aufträgen nach *Pello* in Lappland $9^{\circ} 34'$ nördlicher Breite geschickt. Er fand, daß sein Pendel zu *frühe* gieng, und mußte es daher *verlängern*.

Sehr natürlich schloß man daraus, daß in Paris, Cayenne, und *Pello* die *Schwere* verschieden seyn müsse.

In der Folge ergab sich aus Bouguer, la Caille, Condamine, Picard u. a. Beobachtungen, daß die Pendellänge

Unter dem Aequator	0°	$0'$	Breite	= 439,10
In Porto bello	9°	$34'$	nördlich	= 439,18
In klein Goava	18°	$27'$	—	= 439,37
Im Vorgebirg d. g. H.	33°	$55'$	—	= 440,05
In Paris	48°	$50'$	—	= 440,60
In Pello	66°	$48'$	—	= 441,17
Unter dem Pole	—	—	—	= 441,69

Pariser Linien betragen müsse, um ein Sekundenpendel zu geben.

Aus der Vergleichung dieser Beobachtungen schloß man nun sehr richtig, daß die *Schwere* unter dem Aequator am kleinsten seyn müsse, und gegen die Pole hin wachse, wo sie am größten ist, welches

welches Gesetz sich auch sehr leicht aus der *Achsenbewegung der Erde* darthun läßt.

117. Da die Schwerkraft in den Entfernungen abnimmt, so folgt ganz natürlich, was *Bouguer*, *Condamine* und *Gaudin* durch Versuche gefunden haben. Sie fanden nemlich, daß ein und dasselbe Pendel, welches am Ufer des Amazonasflusses in 24 Stunden 98770 Schwingungen gemacht hatte, in einer Höhe von 1400 Klaf-ter [in Quito] nur 98740, und noch 750 Klaf-ter höher [auf dem Berge Pichinka] 98720 machte, daß also die *Schwere* abgenommen habe, wie sie sich vom Mittelpunkt der Erde entfernt hatten.

Anmerkung. Aus den obigen Beobachtungen [116.] ergiebt sich das Verhältniß der Schwere unter dem Aequator und dem Pole = $43910 : 44169$, oder = $169 : 170$. Indessen ist dieses Resultat nicht beständig, und *Mallet* nimmt daher als Mittel aus vielen Beobachtungen das Verhältniß = $199 : 200$ an.

Die krummlinichte Bewegung

118. entsteht, wenn zwei ungleichartige Kräfte auf einen Körper unter Winkel wirken [79].
Es

Es erzeuge nemlich [Fig. 9.] die Kraft R eine *gleichförmige* Bewegung von A nach B , die Kraft S aber eine *gleichförmig beschleunigte* von A nach C , so werden in drei gleichen Zeittheilchen durch R die gleichen Räume AM , MN , NB , durch S aber die Räume AG , GH , HC so gemacht, daß sie sich verhalten, wie $1, 3, 5$ [68].

Wird nun aus AB , AC , und dem Winkel BAC das Parallelogramm $ACDB$ ergänzt, so muß der Körper [79.] zwar nach D gehen, aber, weil die Kräfte ungleichartig sind, nicht in der geraden Linie AgD , sondern im ersten Zeittheilchen nach m , in dem zweiten nach n , und in dem dritten nach D , also die gebrochene Linie $AmnD$ beschreiben.

Da sich nun bei einer wirklichen Bewegung die Geschwindigkeit von AC in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen ändert, muß der in demselben gemachte Weg, und der Winkel, welchen eine Richtung mit der andern macht, unendlich klein, folglich die ganze Linie selbst eine krumme seyn.

Die Anwendung

119. der krummlinichten Bewegung finden wir in der *Zentralbewegung* [motus centralis].

Setzen

Setzen wir nemlich [Fig. 10.], der Körper A werde von den Kräften AB und AC getrieben, die sich in A unter einem rechten Winkel durchschneiden, so wird der Körper seine Bewegung durch Ad anfangen, in d aber, wenn die Kraft AC nicht mehr auf ihn wirkte, in der Tangente dD fortgehen. Wenn aber diese auch in d senkrecht zu der vorigen auf ihn wirkt, so beschreibt er wieder die Diagonal de u. s. w. für e, f, g, bis er wieder in A ankömmt, und eine stättige gebrochne, oder [wegen der unendlichmal wiederholten Abweichung] krumme Linie um O beschrieben hat.

120. Die Bewegung eines Körpers in einer krummen Linie [Kurve] um einen beständigen Punkt heist *Zentralbewegung*, wozu zwei Kräfte nothwendig sind, deren die eine nach dem beständigen Punkte O hinwirkt, und *Zentripetalkraft* [Vis centripeta] heist, die andere aber den Körper nach der Richtung der Tangente zu bewegen sucht, und daher *Tangentialkraft* [Vis tangentialis, centrifuga] genannt wird. Der beständige Punkt O heist der *Mittelpunkt der Bewegung*, und eine von ihm auf die krumme Linie gezogene gerade Linie ein *Radius Vector*, der zwischen zween Radien Vektorn, und dem inliegenden Theile der Kurve eingeschlossene Raum heist ein *Flächenraum* [Area],
die

die Kurve selbst die *Bahn* [orbis], und die Zeit, welche der Körper braucht, um die Bahn zu beschreiben, *Umlaufszeit* [Tempus periodicum].

121. Es ist offenbar, daß sich ein Körper um einen Mittelpunkt O so bewegen könne, daß jeder Punkt seiner Bahn, entweder *gleichweit*, oder *nicht gleichweit* absteht. Im ersten Falle wird die Bahn ein *Kreis*, im zweiten was immer für eine andere Kurve, z. B. eine *Ellipse* seyn.

Anmerkung. Hier ist die Rede nur von der Bewegung in einem Kreise, weil von den übrigen in der höhern Mathematik gehandelt wird.

122. Für die Bewegung im Kreise ist, wenn A, a die Flächenräume, T, t die Zeiten vorstellen, $A : a = T : t$; denn

da die Theile der Bahn Ad, de als unendlich klein für gerade Linien gelten, und die Dreiecke A O d, und d O D wegen den gleichen Grundlinien, und der gemeinschaftlichen Höhe gleich sind, so wird, weil auch $\triangle d O D = \triangle d O e$, auch $\triangle A O d = \triangle d O e$.

Nun sind dies die in dem ersten und zweiten Zeittheilchen gemachten Flächenräume, also sind diese in gleichen Zeiten gleich. Gleichviele Zeittheilchen werden also auch gleichviele

viele und gleichgroße Flächenräume geben, oder allgemein

$$A : a = T : t \text{ feyn.}$$

Zusatz. Die Bewegung im Kreise ist daher *gleichförmig*.

123. Wenn $V =$ Zentripetalkraft, $C =$ Geschwindigkeit, $D =$ Durchmesser, und $R =$ Radius ist, so wird

$$V = \frac{C^2}{D} = \frac{C^2}{R} ; \text{ denn}$$

$A\delta$ [Fig. 11.] drückt die Größe der Zentripetalkraft aus. Ist nun $A\delta$ ein unendlich kleiner Bogen, so kann er als eine gerade Linie betrachtet werden, und dann ist

$$A\delta : d\delta = d\delta : \delta w, \text{ oder} \\ = d\delta : \delta O + O w$$

weil der Bogen unendlich klein ist, wird $\delta O = AO$, folglich

$$A\delta : d\delta = d\delta : 2AO, \text{ also}$$

$$A\delta = \frac{d\delta^2}{2AO} = \frac{A d^2}{2R} = \frac{A d^2}{D} = \frac{A d^2}{R}$$

In der gleichförmigen Bewegung ist aber $S = C$, also hier [122. Zuf.]

$$V = A\delta = \frac{C^2}{D} = \frac{C^2}{R}$$

Zusatz.

Zusatz. Da in der gleichförmigen Bewegung

$$C = \frac{S}{T}, \text{ hier aber } S = \text{Peripherie, und}$$

diese im Verhältnisse des Radius steht, so wird

$$C^2 = \frac{R^2}{T^2}, \text{ also durch Substitution auch}$$

$$V = \frac{R}{T^2},$$

124. Die Geschwindigkeit $C = \sqrt{2VR}$: denn
[123.] ist

$$C^2 = 2VR, \text{ also}$$

$$C = \sqrt{2VR}$$

Zusatz. Also ist sie so groß, als die, welche
ein Körper im Falle über $\frac{1}{2}$ Radius erlangt
hätte; denn hier ist

$$S = \frac{1}{2} R = VT^2, \text{ und}$$

$$R = 2VT^2$$

Im Fallen hat er aber eine Geschwindigkeit
erlangt, die ihn mit gleichförmiger Bewegung
in der nemlichen Zeit durch $2\frac{1}{2} R = R$ brin-
gen würde, wo $C = \frac{R}{T}$ wäre. Da nun

$$R = 2VT^2, \text{ so wird}$$

$$C = 2VT, \text{ und}$$

$$T^2 = \frac{C^2}{4V^2}$$

Oben

Oben war $\frac{1}{2} R = VT^2$, also

$$\frac{1}{2} R = \frac{VC^2}{4V^2}, \text{ folglich}$$

$$2R = \frac{C^2}{V}, \text{ und}$$

$$C = \sqrt{2VR}, \text{ also u. s. w.}$$

125. Wenn in dieser Bewegung $V = \frac{1}{R^2}$, so

wird $T^2 = R^3$; denn

da [123. Zuf.] $V = \frac{R}{T^2}$, hier aber

[ex hypoth.] $V = \frac{1}{R^2}$, so wird

$$\frac{1}{R^2} = \frac{R}{T^2}, \text{ also}$$

$$T^2 = R^3.$$

Zusatz. Wenn umgekehrt $T^2 = R^3$, so wird

$$V = \frac{1}{R^2}; \text{ denn da [123. Zuf.]}$$

$$V = \frac{R}{T^2}, \text{ hier aber } T^2 = R^3 \text{ ist, so wird}$$

$$V = \frac{R}{R^3} = \frac{1}{R^2}.$$

126. Die *Tangentialkraft* aber ist immer der *Zentripetalkraft* gleich; denn da die erstere den Körper vom, die zweite aber zum Mittelpunkt hintreibt, hier aber die Bahn immer *gleichweit* vom Mittelpunkte entfernt seyn muß, so müssen sich die beiden einander entgegen gesetzten Kräfte auch immer ganz aufheben, folglich *gleich* seyn.

Zusatz. Es gelten also auch für die *Tangentialkraft* im Kreise alle die für die *Zentripetalkraft* gefundenen Ausdrücke.

127. Nimmt man bei der Zentralbewegung, wie es bei jeder wirklichen Bewegung geschehen muß, auch auf die *Masse* M Rücksicht,

so wird die Formel
$$V = \frac{R}{T^2}$$

[123. *Zuf.*] übergehen in
$$V = \frac{MR}{T^2}.$$

Zusatz. Hieraus die Erklärung der Erscheinungen an der Zentralmaschine, des Kreifels u. dgl., der Entstehung des Taumels [Schwindels] beim Tanzen, starkem Wiegen u. s. w. — *Nollet's* Versuche mit Kaninchen, und Katzen.

Hindernisse der Bewegung

128. heißen alle Ursachen, welche machen, daß das Gesetz der Trägheit [26.] an einem bewegten Körper nicht erfüllt wird.

129. So ein Hindernis ist [aber dem bewegten Körper entweder a) *durchdringbar*, oder nicht, und im zweiten] Falle entweder b) aus seinem Orte *verschiebbar*, oder c) *unbeweglich*. Hieraus ergeben sich nun die drei verschiedenen Phänomene

- a) der *Brechung* [refractio]
- b) des *Stosses* [conflictus]
- c) der *Zurückprellung* [reflexio]

A.

130. Wenn sich ein Körper so bewegt, daß er sich durch einen andern den Weg erst eröffnen muß, so heisst dieser das *Mittelding* [Medium], das entweder als *freies*, oder als *widerstehendes* betrachtet werden kann.

131. Tritt ein Körper aus einem Medium in ein anderes, so ändert er seine Richtung, und beschreibt eine *gebrochene* Linie, daher das Phänomen auch *Brechung* heisst, welches aber *nur* dann geschieht, wenn er *schief* einfällt.

Wenn nemlich [Fig. 12.] P p eine senkrechte auf den Einfallspunkt aufgerichtete [Linie [Einfallslot]] ist, so findet man in der Erfahrung, daß der Körper E, wenn er in der Richtung F E an der Fläche a b aus einem lockern in ein dichteres [z. B. aus Luft in Wasser] übergeht, sich von P p *entfernet*, hingegen sich

P p

Pp nähert, wenn er aus einem dichtern in ein lockeres [z. B. aus Wasser in die Luft] übergeht, d. h. er wird im ersten Falle zum, im zweiten vom Perpendikel gebrochen.

132. Der Grund dieser Erscheinungen liegt sehr natürlich in der verschiedenen Größe des Widerstandes. Es sey nemlich [Fig. 13.] Nn die Oberfläche des Wassers, in welches der Körper M

1) senkrecht in der Richtung Pp einfällt, so taucht er sich nach und nach ein. Er mag aber bis qr , oder st eingetaucht seyn, so ist der Widerstand, den er von dem Wasser auf den beiden entgegen gesetzten Seitenflächen Oqs , Ors leidet, gleich, daher auch keine Ursache da, von der ersten Richtung abzuweichen [gebrochen zu werden].

2) Kömmt aber der Körper m in der schiefen Richtung ST auf die Wasserfläche Nn , so leidet im ersten Augenblicke nur der Punkt r vom Wasser Widerstand, der ihm an der andern Seitenfläche entgegen gesetzte Punkt q ist aber noch in der Luft, leidet daher auch kleineren Widerstand als r . Es muß also der Mittelpunkt m , folglich auch der ganze Körper eine neue vom Einfallsloth Pp mehr entfernte Richtung, etwa ox nehmen, d. i. vom Perpendikel gebrochen werden.

Zusatz

Zusatz. Hieraus läßt sich der entgegen gesetzte Fall, und das Gebrochenwerden zum Perpendikel leicht erklären.

133. Um die *Größe* der Brechung in verschiedenen Umständen beurtheilen zu können, muß vorzüglich auf vier Dinge Rücksicht genommen werden, und zwar

a) auf die *Schiefe des Einfalls*. Je schiefer der Körper auf das neue Medium kömmt, desto größer ist auch der Widerstand von der einen Seite, desto größer also auch die Brechung; denn, wenn [Fig. 13.] der Körper μ in der schiefen Richtung st auf das brechende Medium ankömmt, so ist schon der ganze Theil or dem Widerstande desselben ausgesetzt, indessen der auf der andern Seite entsprechende Theil oq noch keinen Widerstand leidet.

Dann hat die Erfahrung gelehrt, daß unter gleichen Umständen zwischen dem Sinus des Einfallswinkels DFB [Fig. 14.] und dem Sinus des Brechungswinkels bFd immer das nemliche Verhältniß bleibt, die Neigung des ersten mag seyn. welche sie auch wolle. Wenn z. B. bei den nemlichen Medien unter [dem Einfallswinkel AFP der Sinus dieses Winkels PA zum Sinus des Brechungswinkels $aFp = ap$ verhält $= 2 : 3$, so wird auch, wenn der Einfallswinkel BFD ist,

ist, das nehmliche Verhältniß zwischen den Sinussen BD , und bd eintreten. Also wächst nothwendig die Brechung, wenn die Schiefe des Einfalls wächst.

b) Je *dichter* das neue Medium ist, desto mehr widersteht es, desto größer muß also auch die Brechung seyn.

c) Je größer die Oberfläche des eintretenden Körpers ist, an desto mehreren Punkten wird ihm Widerstand gethan. Da nun bei der nehmlichen Dichtigkeit mit der Oberfläche auch die Masse wächst, so wird auch die Brechung *mit der Masse* wachsen. — Nollet hat dies durch direkte Versuche bewiesen.

d) Je größer endlich die *Geschwindigkeit* des eintretenden Körpers ist, desto mehr Punkte kommen in der nehmlichen Zeit mit dem Wasser in Berührung, desto größer wird also auch der Widerstand, und die Brechung.

Anmerkung. Eine genauere Behandlung dieses Gegenstandes kann hier nicht gegeben werden, weil sie viele Mathematik fordert, die nicht vorausgesetzt werden kann.

B.

134. Wenn das Hinderniß zwar nicht durchdringbar, aber doch *verschiebbar* ist, so giebt es

es das Phänomen des *Stosses* [129]. — Wir sagen nemlich, ein Körper *stösse* auf einen andern, wenn er in der Annäherung zu ihm anfängt, ihn zu *berühren*.

135. Dieser Stoss kann aber entweder ein *gerader*, oder *schief* [directus aut obliquus] seyn. Es seyen nemlich A und B [Fig. 15.] zween Körper, die sich stossen. Legt man durch den Berührungspunkt die senkrechte Ebene P p, so sind die Richtungen, nach welchen die Körper sich bewegen, entweder senkrecht, wie N R, und der Stoss ist ein *gerader*, oder aber sie sind darauf schief, wie E r, C F, und der Stoss ist ein *schief*.

Gehen überdiess diese Richtungen durch die Mittelpunkte von A und B, so heisst der Stoss ein *zentraler*, sonst ein *excentrischer*.

Anmerkung. Hier ist die Rede nur vom *zentralen Stosse*.

136. Die Körper, welche sich stossen, können selbst entweder

a) *elastisch*, oder *unelastisch* seyn.

Der gestossne Körper kann sich

b) *bewegen*, oder *ruhen*.

Die Bewegungen beider Körper können nach

c) der *nehmlichen*, oder nach *entgegen gesetzter Richtung* geschehen,

und endlich können die *Massen*

d) *gleich*, oder *ungleich* seyn.

Es

Es ist offenbar, daß sich unter allen diesen verschiedenen Umständen auch verschiedene Phänomene ergeben müssen. Geschieht nemlich

der Stoss zwischen unelastischen Körpern,

welche beide in Bewegung sind, so, daß B vorausgeht, und A in der *nehmlichen Richtung*, nur mit einer *grössern Geschwindigkeit* nachfolgt, so müssen auch

137. *ihre Richtungen nach dem Stosse die nemlichen seyn*; denn da die beiden Richtungen sich nicht unter einem Winkel durchschneiden, die Kräfte also unter keinem Winkel wirken, so entsteht daraus weder für den einen noch für den andern eine mittlere Richtung.

138. *Die Geschwindigkeit der beiden Körper wird aber nach dem Stosse gleich seyn*; denn so lange B nicht eine eben so grosse Geschwindigkeit als A hat, so lange bleibt er für den sich geschwin- der bewegendem A ein Hinderniß, eben so lange wird also auch A auf B stossen. Sobald aber B die *nehmliche Geschwindigkeit* wie A hat, hört A auf, auf ihn zu wirken. Die Geschwindigkeit von B nach dem Stosse kann also weder kleiner noch grösser seyn, als die von A, also u. s. w. Daher sind

139. *die Summen der Grössen der Bewegung beider Körper vor und nach dem Stosse gleich*; denn

da von den Geschwindigkeiten nichts verloren gehen kann, weil beide Körper in der nämlichen Richtung sich bewegen, und die Geschwindigkeiten der beiden Körper nach dem Stosse gleich sind [138.], so muß A soviel verlieren, als B gewonnen haben. Vor dem Stosse war aber die Summe der Größen der Bewegung, oder, wenn C die Geschwindigkeit, M die Masse für A, und c , m das nämliche für B ausdrücken,

$$Q + q = CM + cm \text{ [58].}$$

Nach dem Stosse hat A an Geschwindigkeit, folglich auch an Größe der Bewegung soviel verloren, als B gewonnen, folglich muß auch jetzt noch diese Summe gleich, d. i. $= CM + cm$ seyn. Daher wird nach dem Stosse

140. die gemeinschaftliche Geschwindigkeit

$$x = \frac{MC + mc}{M + m}; \text{ denn}$$

da $Q + q = MC + mc$ [139.] und [138.] $C = c = x$, so wird

$$MC + mc = Mx + mx, \text{ also}$$

$$x = \frac{MC + mc}{M + m}.$$

141. Der Verlust y aber, den A an Geschwindigkeit leidet, ist

$$= m \cdot \frac{C - c}{M + m}; \text{ denn}$$

A hatte

A hatte vor dem Stöße die Geschwindigkeit C , jetzt aber nur mehr x , folglich wird

$$y = C - x \text{ [140.]}$$

$$= C - \left(\frac{MC + mc}{M + m} \right)$$

$$= \frac{mC - mc}{M + m}$$

$$= m \cdot \frac{C - c}{M + m}.$$

142. Der Gewinn an Geschwindigkeit z des Körpers B aber ist

$$= M \cdot \frac{C - c}{M + m} ; \text{ denn}$$

da B gewonnen, so wird $c < x$ gewesen seyn, folglich

$$z = x - c \text{ [140].}$$

$$= \frac{MC + mc}{M + m} - c$$

$$= \frac{MC - Mc}{M + m}$$

$$= M \cdot \frac{C - c}{M + m}.$$

Zusatz 1.

Zusatz 1. Wäre vor dem Stöße $c = 0$, so würde [140. 141. 142.]

$$x = \frac{MC}{M + m}$$

$$y = \frac{mC}{M + m}$$

$$z = \frac{MC}{M + m}, \text{ folglich}$$

$$x : y = M : m$$

$$x = z, \text{ und}$$

$$y : z = m : M$$

Zusatz 2. Wäre $c = 0$, und m im Verhältnisse zu $M = \infty$, so würde

$$x = \frac{MC}{\infty} = 0$$

$$y = C$$

$$z = 0$$

Zusatz 3. Wäre $c = 0$, und $M = \infty$, so würde

$$x = C$$

$$y = 0$$

$$z = C.$$

143. Stossen sich die Körper in *entgegengesetzten* Richtungen, und sind a) die Größen der Be-

Bewegungen *gleich*, dann ruhen sie beide nach dem Stoffe; denn hier sind die wirkenden Kräfte ganz gleich, und heben daher einander auf, oder, weil $MC = -mc$, so ist $x = 0$.

144. Sind aber die Gröffen der Bewegung vor dem Stoffe b) *ungleich*, dann haben sie nach dem Stoffe beide *gleiche Richtung*, und bewegen sich *mit der Differenz der Gröffen der Bewegung vor dem Stoffe*; denn

es bewege sich A gegen R, B gegen N, so, daß $MC > mc$ ist. Setzen wir die Differenz zwischen MC , und mc , oder $MC - mc = d$, so ist

$MC = mc + d$, und die Körper kommen mit den Gröffen der Bewegung mc und $mc + d$ zusammen. Da nun $mc = -mc$ ist, so wird es aufgehoben, für A bleibt aber noch d übrig. Es ist also eben so viel, als wenn B ganz ruhte, und A mit der Gröffe der Bewegung d allein darauf wirkte, so, daß B die Richtung von A annehmen, A aber in der *seinen* bleiben muß [137]. Hieraus folgt nun, daß sich beide mit einer Summe der Gröffen der Bewegung $= d =$ der Differenz der Gröffen der Bewegung vor dem Stoffe bewegen werden [139].

145. Die *gemeinschaftliche Geschwindigkeit* x wird daher

$$= CM$$

$$= \frac{MC - mc}{M + m}; \text{ denn da [144.]}$$

$$Mx + mx = d, \text{ und}$$

$$d = MC - mc, \text{ so wird}$$

$$x [M + m] = MC - mc, \text{ also}$$

$$x = \frac{MC - mc}{M + m}.$$

146. Der Verlust y , den A leidet, wird aber

$$= m \cdot \frac{C + c}{M + m}; \text{ denn}$$

$$y = C - x, \text{ also } C \text{ [145.]}$$

$$= C - \left(\frac{MC - mc}{M + m} \right)$$

$$= \frac{mC + mc}{M + m}$$

$$= m \cdot \frac{C + c}{M + m}.$$

147. Der Gewinn z des Körpers B aber wird

$$= M \cdot \frac{C + c}{M + m}; \text{ denn}$$

$$z = x - c, \text{ also [145.]}$$

$$= \frac{MC - mc}{M + m} - c$$

$$= MC$$

$$= \frac{MC + Mc}{M + m}$$

$$= M \cdot \frac{C + c}{M + m}.$$

Zusatz 1. Wäre $m = \infty$, so würde [145 — 147]

$$x = -c$$

$$y = C + c$$

$$z = 0.$$

Zusatz 2. Wäre hingegen $M = \infty$, so würde

$$x = C$$

$$y = 0$$

$$z = C + c.$$

148. Wenn der Körper A aber im *schiefen Stosse* in der Richtung CA auf den *ruhenden* B kömmt, so läßt sich seine Bewegung in NA und CN auflösen. Mit CN wirkt der Körper gar nicht auf B, also leidet diese auch bei'm Stosse keine Aenderung, und A wirkt nur mit NA auf B. Es treten also hier alle Gesetze des geraden Stosses ein.

149. Setzen wir $M = m$, so wird nach dem Stosse, weil B *ruhte* [142. Zuf. 1].

$$x = \frac{MC}{2M} = \frac{1}{2} C = \frac{1}{2} NA$$

Der

Der Körper A behält also nach dem Stosse sowohl die unverändert gebliebene Geschwindigkeit [Kraft] $CN = AL$, und den von N A noch übrigen Theil $\frac{1}{2} NA = Am$. Er wird also auch nach dem Stosse die mittlere Richtung AD bekommen. Der Körper B aber wird mit der Geschwindigkeit $BR = \frac{1}{2} NA$ sich fortbewegen.

Zusatz. Wäre $m = \infty$, so würde

$$x = \frac{MC}{M + \infty} = 0.$$

Es würde dem schief einfallenden Körper also nur mehr die Geschwindigkeit $CN = AL$ übrigen.

Der Stoss elastischer Körper

150. fordert, dass wir *zwo Perioden* unterscheiden, *eine*, in welcher der Stoss und die Zusammendrückung geschieht, und die *zwote*, in der sich der zusammengedrückte Körper wieder in die vorige Figur herstellt.

151. In der *ersten* Periode wird die Wirkung vom Stosse selbst, der in den elastischen und unelastischen Körpern gleich ist, hervorgebracht. In dem Augenblicke der grössten Zusammendrückung ist also in elastischen, und unelastischen alles gleich, folglich auch hier wie 140. 141. 142.

$$x =$$

$$x = \frac{MC + mc}{M + m}$$

$$y = m \cdot \frac{C - c}{M + m}$$

$$z = M \cdot \frac{C - c}{M + m}. \text{ Aber}$$

152. der ganze *Verlust* y des Körpers A ist

$$= 2m \cdot \frac{C - c}{M + m}; \text{ denn}$$

am Ende der Zusammendrückungsperiode fängt die zusammendrückende Kraft an nachzulassen, und der zusammengedrückte Körper B sich wieder herzustellen. Er wirkt also *gegen* die Richtung des drückenden Körpers A, und zwar mit einer Kraft, die der zusammendrückenden gleich ist. A muß also bei der Wiederherstellung von B auch eben so viel verlieren, als er bei der Zusammendrückung verlohren hatte. Daher wird jetzt

$$y = \frac{mC - mc}{M + m} + \frac{mC - mc}{M + m}$$

$$= \frac{2mC - 2mc}{M + m}$$

$$= 2m \cdot \frac{C - c}{M + m}$$

153. Der Gewinn z aber des Körpers B ist

$$= 2 M \cdot \frac{C - c}{M + m} ; \text{ denn}$$

B gewinnt in der zweiten Periode neuerdings eine Geschwindigkeit

$$= \frac{M C - M c}{M + m} ; \text{ denn}$$

da der Körper A sich wieder herstellt, wirkt er eben so stark, wie bei der Zusammendrückung, und zwar in einer mit der Richtung von B *conspirirenden* Richtung, also muß denn

$$z = \frac{M C - M c}{M + m} + \frac{M C - M c}{M + m}$$

$$= \frac{2 M C - 2 M c}{M + m}$$

$$= 2 M \cdot \frac{C - c}{M + m} \text{ seyn.}$$

154. Die ganze Geschwindigkeit g des Körpers B nach dem Stosse wird also

$$= c + \frac{2 M C - 2 M c}{M + m}$$

$$= \frac{2 M C - M c + m c}{M + m}, \text{ und}$$

155. die *Geschwindigkeit* G des Körpers A

$$\begin{aligned}
 &= C - \frac{2mC - 2mc}{M + m} \\
 &= \frac{CM + Cm - [2mC - 2mc]}{M + m} \\
 &= \frac{CM + 2mc - mC}{M + m}
 \end{aligned}$$

Zusatz 1. Wären die Massen gleich, so würde

$$g = C, \text{ und}$$

$G = c$, das ist, die Geschwindigkeiten würden *gewechselt*.

Zusatz 2. Wäre $M = m$, und $c = 0$, so würde

$$g = C, \text{ und}$$

$$G = 0; \text{ hingegen}$$

Zusatz 3. wenn $c = 0$, und $m = \infty$, so wird

$$g = 0, \text{ und}$$

$G = -C$, das heisst, A *spränge* mit der nehmlichen Geschwindigkeit *zurück*.

Zusatz 4. Hieraus die Erklärung der Erscheinungen an der Stossmaschine — Anwendung auf's Billiard u. s. w. — Wie ist's möglich, über einem auf der Brust liegenden Ambose ohne Schaden Eisen entzweihauen zu lassen? —

Warum

Warum führt der Schmid immer den zweiten Streich auf den Ambos ? u. f. w.

C.

156. Der *schiefe Stoss* elastischer Körper giebt das Phänomen der *Zurückprellung* [Reflexio], und die dadurch entstandene Bewegung heisst *reflektirte* Bewegung [motus reflexus].

157. Es komme nemlich ein elastischer Körper A auf die unbewegliche, und im Verhältnisse zu ihm *unendlich grosse* Fläche NR in der schiefen Richtung Er. Die Kraft EA, mit welcher sich A bewegt, löst sich in EL, und EN auf, wovon die erste zu NR parallel, die zweite aber darauf senkrecht ist. Aber eben darum wirkt nur EN auf die Fläche. Daher tritt auch die oben für den geraden Stoss [155. Zus. 3.] aufgefundenene Formel $G = -C$ ein, und er sollte nun nach $AL = EN$ zurückspringen. Allein die Kraft EL hat bei dem Stosse nichts verlohren, und wirkt daher auch nach dem Stosse fort. A muss daher eine mittlere Richtung AF nehmen, und nach F *reflektirt* werden.

158. Der Winkel EAL, unter welchem der Körper auffällt, heisst der *Einfallswinkel* [ang. incidentiae], der Winkel LAF aber, unter welchem er zurückspringt, *Zurückprellungswinkel* [ang. reflexionis], und

159. diese beiden Winkel sind immer einander gleich ;
denn

da in den Dreieken ELA und LFA die homologen Seiten einander gleich sind, so werden es auch die Winkel, also $EAL = LAF$ seyn.

Zusatz 1. Würde daher der Einfallswinkel $= 0$, so würde es auch der Reflexionswinkel, d. i. senkrechter Einfall giebt auch senkrechte Reflexion.

Zusatz 2. Erklärung der Phänomene an der Reflexionsmaschine.

Anmerkung. Hier wird vollkommne Elasticität vorausgesetzt. Da wir aber keinen vollkommen elastischen Körper kennen, so wird in der Erfahrung dieses Gesetz nie vollkommen eintreten.

160. Am Ende der Lehre von den Hindernissen der Bewegung müssen wir noch einen Augenblick bei der *Reibung* [affricus] verweilen, die uns um so merkwürdiger ist, da sie bei allen auch noch so genau gearbeiteten Maschinen mehr oder weniger eintritt.

161. So sehr man sich aber auch schon Mühe gegeben hat, die Gesetze dieses Hindernisses, das dem Verschieben zweier Körper über einander Widerstand thut, aufzufinden, so waren doch alle Versuche, die Amantons, de la Hire, Bel-

Belidor, van Musfchenbroek u. a. gemacht haben, nur hinreichend, um uns ein Beiläufiges zu verschaffen.

162. *Van Musfchenbroek* machte Versuche mit Holzarten, und Metallen. Er bediente sich zu jenen 1 Zoll breiter, und 13 Zoll langer Parallepipeden, die sich auf einem genau gehobelten Brette nach den Jahren [Fibern] deselben bewegen sollten. Ein Gewicht, das an einem Faden über einer Rolle gieng, bestimmte ihm die Größe des Widerstandes [der Reibung], den das Brett der Bewegung des Parallepipedon's, das er nach und nach verschieden beschwerte, leistete. Die Resultate, die er erhielt, zeigt folgende Tafel.

Bei ei- nem Druk von	war die Reibung von Tannenholz auf Tannenholz		von Tannen auf Buchs	von Eichen auf Eichen	von Eichen auf Buchs
Unz.	—	Drach.	—	Drach.	Drach.
4	—	8	—	6	6
8	—	15	—	10	10
12	—	22	—	15	12
16	—	28	—	21	16
16	Unz.	Drach.	Unz.	Drach.	Unz.
3	8	6	6	4	11
5	13	4	12	0	15
7	20	0	14	0	20
10	26	0	20	4	29

163. Zu feinen Versuchen mit den Metallen erdachte er ein eigenes Instrument, das er *Tribometer* nannte. Es bestand aus einem hölzernen Cylinder A B [Fig. 16.], der verschiedene Zapfen c c, d d von Stahl hatte, um die Reibung bei verschiedenen Oberflächen untersuchen zu können. Das Gewicht desselben war = 3 lb. An dem Cylinder ist eine kleine Waagschale R an dem feinen seidenen Bande B R befestigt, um den Cylinder aber eine Schnur P Q gewunden, um durch Gewichte, die man an P und Q anhängt, den Druck auf die Zapfenlager vergrößern zu können. Um die Reibung des Stahles auf verschiedenen Metallen untersuchen zu können, liefs er zu den Zapfen genau passende Zapfenlager aus verschiedenen Metallen verfertigen, wodurch er folgende Resultate erhielt.

Waren seine Zapfenlager aus *Quajakholz*, so mußte er, wenn er

an P und Q anhieng			an R anhangen		die Reibung zum Gewicht verhielt sich	
0	lb	-	10	Drach.	=	1 : $2\frac{2}{5}$
1	-	-	12	-	=	1 : $3\frac{1}{5}$
2	-	-	14	-	=	1 : 4
3	-	-	20	-	=	1 : $3\frac{3}{5}$

Waren

Waren die Zapfenlager von *Stahl*, so mußte
er, wenn er

an P und Q anhieng			an R hängen	die Reibung zum Gewicht verhielt sich
0	lb	-	6 Drach.	$\equiv 1 : 4$
1	-	-	11 - -	$\equiv 1 : 3\frac{7}{11}$
2	-	-	17 - -	$\equiv 1 : 3\frac{5}{17}$
3	-	-	21 - -	$\equiv 1 : 3\frac{9}{21}$
Waren die Zapfenlager von <i>Kupfer</i> ,				
0	-	-	4 - -	$\equiv 1 : 6$
1	-	-	8 - -	$\equiv 1 : 5$
2	-	-	12 - -	$\equiv 1 : 4\frac{1}{2}$
3	-	-	15 - -	$\equiv 1 : 4\frac{1}{15}$
Waren die Zapfenlager von <i>Zinn</i> ,				
0	-	-	6 - -	$\equiv 1 : 4$
1	-	-	11 - -	$\equiv 1 : 3\frac{7}{11}$
2	-	-	18 - -	$\equiv 1 : 3\frac{1}{9}$
3	-	-	22 - -	$\equiv 1 : 3\frac{1}{10}$
Waren die Zapfenlager von <i>Blei</i> ,				
0	-	-	4 - -	$\equiv 1 : 6$
1	-	-	6 - -	$\equiv 1 : 5\frac{5}{6}$
2	-	-	8 - -	$\equiv 1 : 7$
3	-	-	10 - -	$\equiv 1 : 7\frac{2}{5}$
Waren die Zapfenlager von <i>Messing</i> ,				
0	-	-	4 - -	$\equiv 1 : 6$
1	-	-	6 - -	$\equiv 1 : 6\frac{2}{3}$
2	-	-	8 - -	$\equiv 1 : 7$
3	-	-	10 - -	$\equiv 1 : 7\frac{1}{10}$

164. Die Ursachen der Reibung sind die Unebenheiten der Körper. So genau geschliffen sie auch seyn mögen, so fehlt es doch nie an Vertiefungen und Erhabenheiten auf ihren Oberflächen, die wechselseitig in einander eingreifen. Die Körper können sich aber entweder so übereinander bewegen, daß verschiedene Theile der Oberfläche des einen auf die *nehmlichen* Theile des andern zu stehen kommen [übereinander *hingleiten*], oder so, daß verschiedene Theile des einen auf *verschiedne* Theile des andern zu stehen kommen. Ein Parallelepipedum z. B. *gleitet* über den Tisch, eine Kugel *rollt* über ihn hin. Die Reibung des erstern heisst *Reibung der ersten Art*, die der Kugel aber *Reibung der zwoten Art*.

165. So schwer es übrigens ist, die Gesetze der Reibung genau anzugeben, beweiset doch die Erfahrung folgende Sätze:

- a) Die Reibung der ersten Art widersteht mehr, als die der zwoten Art.
- b) Der Widerstand wächst, wenn man die reibende Oberfläche vergrößert.
- c) Der Widerstand wächst, wenn der Druck vermehrt wird.
- d) Bei gleichen Verhältnissen wächst der Widerstand mehr durch die Vermehrung der Oberfläche.

Zusatz 1. Beschreibung und Gebrauch des *Bülfinger'schen* Tribometers.

Zusatz 2. Anwendung auf die Reibung an den Achsen, und dem Boden bei'm Fuhrwesen — Bestimmung der Ladung — Größere Räder sind den kleinern vorzuziehen, obschon es gut ist, wenn die vordern Räder niedriger, als die Brust der Pferde sind u. s. w.

Anmerkung. Eine ausführlichere Behandlung der Reibung an Maschinen gehört in die Maschinenlehre.

Nachdem wir die beiden Phänomene der bewegenden Kräfte, Gleichgewicht und Bewegung, an *festen* Körpern behandelt haben, trifft uns die Reihe, sie auch an den *flüssigen* Körpern zu untersuchen, und zwar wieder zuerst die Gesetze des Gleichgewichts derselben aufzustellen. — Den Inbegriff dieser Gesetze bezeichnet man mit dem Namen der

H Y D R O S T A T I K.

166. In Rücksicht des *Druk*es flüssiger Körper findet man die Gesetze:

- a) Jedes flüssige Theilchen drückt nach allen Seiten gleich stark
- b) im Verhältnisse der Höhe *A* des darüber stehenden Flüssigen, und
- c) unab-

- c) unabhängig von der umgebenden Masse des Flüssigen.
- d) der Druck P auf den Boden B ist in convergirenden, divergirenden und gleichförmigen Gefäßen gleich; d. i. immer $P = B \cdot A$.
- e) Der Druck auf eine Seitenfläche aber steht im Verhältnisse der Grösse des Seitentheiles in die Höhe des ober dem Mittelpunkte desselben stehenden Flüssigen.

167. Das *nehmliche* Flüssige ist nur dann in Ruhe [Gleichgewicht], wenn seine Oberfläche wagrecht ist, es mag in einem ganzen Gefässe, oder in communizirenden Röhren stehen.

Anwendung auf Wolf's anatomischen Heber.

168. *Verschiedene* Flüssige stehen dann mit einander im Gleichgewichte, wenn ihre Höhen a , α umgekehrt sich verhalten, wie ihre respektiven Gewichte r , ρ , oder, wenn

$$a : \alpha = \rho : r.$$

169. Für's Gleichgewicht flüssiger Körper mit *festen* gelten folgende Gesetze:

- a) Die Kraft, mit welcher ein fester in einem flüssigen sich befindender Körper in die Höhe getrieben wird, ist $=$ dem Gewichte des aus der Stelle getriebenen Flüssigen.
Dadurch

b) ver-

b) verliert der Körper im Flüssigen soviel von seinem Gewichte, als das Flüssige unter dem nehmlichen Raumsinhalte wiegt.

Zusatz 1. Hieraus löst sich die Aufgabe, das respektive und eigenthümliche Gewicht sowohl eines festen, als eines flüssigen Körpers zu bestimmen, und

Zusatz 2. der dazu nothwendige Gebrauch der *Senkwagen*.

170. So wie die Lehre von der Bewegung *fester Körper Mechanik* hieß, so heißt die von der Bewegung der flüssigen Körper

H Y D R A U L I K [a].

171. Da der flüssige Körper eben so, wie die festen schwer sind, werden auch ihnen die Gesetze der Bewegung, die aus der Schwere entspringt, wie diesen eigen seyn. Wir werden

[a] Der Sachkundige wird hier wohl selbst keine vollständige Behandlung der Hydraulik erwarten, in einem Vorlesebuch für Lyzeen, wo die nöthigen Vorkenntnisse noch nicht vorausgesetzt werden können, und wo die Zeit zu gemessen ist, als das man die Vorkenntnisse suppliren könnte. Hier also
nur

den daher ohne weitere Beweise voraussetzen können, daß sie z. B. mit gleichförmig beschleunigter Bewegung fallen, mit gleichförmig verzögerter steigen, u. f. w.

172. Wir müssen aber hier eine *natürliche*, und eine *künstliche* Bewegung der Flüssigen unterscheiden. Bei der letztern kömmt entweder Druk fester Körper, oder Druk der atmosphärischen Luft mit in's Spiel. — Hier sprechen wir nur von der ersten, bis die *Aerostatik* abgehandelt seyn wird.

173. Die *natürliche* Bewegung der Flüssigen biethet uns vorzüglich *vier* Arten der Bewegung dar, die wir betrachten, und deren Gesetze wir auffuchen müssen, nemlich

A) Bewegung in *Röhren* und Kanälen,

B) Bewegung aus *Oefnungen*

a) nach unten,

b) nach der Seite,

c) nach oben

C. Be-

nur den geringsten Theil dieses Gegenstandes! — Die Tafeln, die hier aufgestellt werden, sind alle aus Briffon *Traité élémentaire Tom. I. Paris 1797* entlehnt.

- C) Bewegung in *Haarröhrchen*,
 D) *Wellen*-Bewegung.

A.

174. Wenn Wasser aus einem Orte in einen andern geleitet werden soll, so muß dies durch Röhren, oder Kanäle geschehen. Man sieht aber leicht, daß die Reibung des Wassers an den Seitenwänden desselben vieles an der Geschwindigkeit ändern müsse.

175. Wir können die Verminderung der Geschwindigkeit in der Erfahrung nur aus der Menge des in der nemlichen Zeit, und unter ganz gleichen Umständen an den Oefnungen abgegebenen Wassers beurtheilen, und wir betrachten diese Bewegung in geradlinichten Röhren, deren Durchmesser = 16 Linien, und = 24 Linien ist, deren Länge aber von 30 bis 150 Schuhe wächst. Die Höhe des Wassers soll beständig = 12 oder = 24 Zoll über den Achsen der Röhren, und die Dauer der Bewegung = 1 Min. seyn.

Unter diesen Umständen hat man durch Versuche die Resultate gefunden, welche in der folgenden Tafel angegeben sind.

Höhe

Höhe des Wassers	Länge der Röhre	Kubikzoll Wassers bei'm Durchmes- fer von 16 Lin.	Kubikzoll Wassers bei'm Durchmes- fer von 24 Lin.
12 Zoll	30 . .	2778	7680
	60 . .	1957	5564
	90 . .	1587	4534
	120 . .	1357	3944
	150 . .	1178	3486
	180 . .	1052	3119
24 Zoll	30 . .	4056	11219
	60 . .	2888	8190
	90 . .	2352	6812
	120 . .	2011	5885
	150 . .	1762	5232
	180 . .	1583	4710

176. Aus diesen Beobachtungen ergeben sich sehr leicht die folgenden Resultate:

- a) Die Geschwindigkeit der Bewegung eines Flüssigen in Röhren nimmt ab, wenn die Längen der Röhren wachsen, und
- b) wächst, wenn die Höhe des Wassers im Behälter wächst, aber
- c) weder im ersten, noch im zweiten Falle im genauen Verhältnisse.

An-

Anmerkung. In der Anwendung, wo nicht sehr große Genauigkeit gefordert wird, hat man zur Regel angenommen, daß die Geschwindigkeiten bei der nemlichen Wasserhöhe im Behälter sich verhalten, wie umgekehrt die Quadratwurzeln der Längen.

177. Wenn die Röhre, durch welche das Wasser läuft, eine krumme ist, so entstehen *Fälle*, und *Gegenfälle*, in welche das Wasser dringt, und die den Lauf des Wassers verzögern, oder gar unterbrechen. Es sey z. B. die Röhre ABCDEFG [Fig. 17.] gegeben, die mit A an einem Wasserbehälter steht, und durch G ihr Wasser ausgießt. Da im Anfange diese Röhre mit Luft gefüllt ist, so treibt das in A eintretende Wasser dieselbe weg, und füllt den Theil AB + BC. Wenn das Wasser bei der Krümmung C angekommen, gleitet es durch den untern Theil cd herab, und füllt die Krümmung bei D, läßt aber die an der obern Fläche der Krümmung C zusammengedrückte Luft hinter sich, der nun durch Anfüllung der Krümmung D der Ausgang versperret ist. So steigt das Wasser wieder von D nach E, fällt wieder, steigt neuerdings nach I, und ergießt sich endlich in G.

178. Aus dieser Erklärung sieht man leicht, daß die Geschwindigkeit des Wassers um so mehr ver-

verzögert werden müßte, je *länger* (a) die Röhren in ihrer geraden Ausdehnung sind, und b) je *öfter* die Röhre *gebogen* ist, weil das Wasser an jeder Beugung durch den Stofs, und den Widerstand der Röhre von seiner Geschwindigkeit verlieren muß.

Zusatz. Um die Röhren ganz mit Wasser zu füllen, muß die eingeschlossene Luft in den höchsten Punkten der Krümmung C, E durch Oefnungen, oder noch besser Hahne, austreten können.

179. Eine *Anwendung* dieser Bewegung finden wir in der Bewegung unserer Flüsse in Rücksicht

- a) der *Menge* des in einer bestimmten Zeit hinablaufenden Wassers, und
- b) der *Geschwindigkeit* desselben.

180. Setzen wir nemlich zween Flüsse, deren *beständig gleiche* Breiten L und l heißen, deren *mittlere* Höhen aber mit A und a bezeichnet werden, so, wie ihre mittlere Geschwindigkeiten mit C und c. Um aber die Menge des in einer bestimmten Zeit herablaufenden Wassers Q, q messen zu können, denken wir uns eine Fläche S, s, die den ganzen Fluß durchspannt.

Zusatz. Die Geschwindigkeit der Flüsse wird durch die Bewegung kleiner in dieselbe geworfner Körperchen gemessen.

181. Nach den obigen Benennungen ergibt sich leicht, dafs

$Q : q = S . C : s . c$ seyn müsse, und eben darum auch

$$Q : q = A . L . C : a . l . c.$$

Zusatz. Wenn Q für die *Seine* in *Paris* gehörte, würde nach *Mariotte's* Beobachtung $A = 5$, $L = 400$, $C = 100$ Schuhe, und wenn wir q für einen andern Fluß nehmen, dessen $a = 6$, $l = 100$, $c = 150$ Schuhe ist, so wird

$$\begin{aligned} Q : q &= 5 . 400 . 100 : 6 . 100 . 150 \\ &= 20 : 9. \end{aligned}$$

182. Wäre $Q = q$, so wäre auch [181.]

$$A . L . C = a . l . c, \text{ folglich}$$

$$C : c = a . l : A . L.$$

Zusatz. Daher, wenn $L = l$,

$$C : c = a : A, \text{ und}$$

$$\text{wenn } A = a$$

$$C : c = l : L.$$

183. Wenn sich aber zween Flüsse mit einander vereinigen, so wird die Höhe a des einen eine Anschwellung über die Höhe des andern A anzeigen. Daher wird nach der Vereinigung die Höhe $\alpha = A \mp a$ seyn, und wenn wir die gemeinschaftliche Geschwindigkeit γ , die gemeinschaftliche Breite L nennen, so wird

$$Q : q$$

$$Q : q = \alpha \gamma L : ACL$$

$$= \alpha \gamma : AC.$$

Zusatz 1. Da vor der Vereinigung die Geschwindigkeit des einen Flusses $= C$, die des andern $= c$ war, so wird jetzt die Geschwindigkeit weder $= C$, noch $= c$, noch $= C + c$, sondern $= \gamma$ seyn, welche entsteht, wenn die grössere C ein so grosses k verliert, und die kleinere c ein so grosses x gewinnt, dass $C - k = x$ wird.

Dadurch wird

$$C - k = \gamma, \text{ und}$$

$$c + x = \gamma, \text{ und folglich}$$

$$k = C - \gamma, \text{ und}$$

$$x = \gamma - c, \text{ also}$$

$$C - \gamma = \gamma - c, \text{ folglich}$$

$$\gamma = \frac{C + c}{2}.$$

Dadurch ist uns in der obigen Proportion alles gegeben; denn setzen wir, es sei $A = 6$ Sch. $a = 4$, so ist

$$\alpha = A + a = 10 \text{ Schuhe},$$

Ist $C = 100$, $c = 80$, so wird

$$\gamma = 90, \text{ und ist}$$

die

die Breite $L = 5$ Schuhe, so wird

$$Q : q = 10 \cdot 90 \cdot 5 : 6 \cdot 100 \cdot 5 \\ = 3 : 2.$$

Zusatz 2. Wäre aber vor der Vereinigung $C = c$,
so würde $\gamma = C$, folglich

$$Q : q = \alpha : A,$$

nach obigen Werthen

$$Q : q = 5 : 3.$$

B.

184. a) Wenn in dem senkrecht stehenden mit Wasser gefüllten Gefäße $ABCD$ [Fig. 18.] in der *Mitte des Bodens* eine Oefnung FG gemacht würde, so müßte das Wasser, weil der über FG stehende Theil desselben nun nicht mehr unterstützt ist, durch die Oefnung herabsinken, und zwar mit *gleichförmig beschleunigter* Bewegung. Dadurch wird das Gleichgewicht in der ganzen Wassermasse aufgehoben, und alle Theile derselben kommen in Bewegung. Das Wasser fällt senkrecht, und die Oberfläche bleibt immer horizontal bis 3, oder 4 Zolle vom Boden des Gefäßes, wo die Wassertheilchen ihre Richtung verlassen, und nach allen Richtungen zur Oefnung zu kommen suchen. Dadurch bildet sich ein Trichter, dessen Spitze in dem Mittelpunkte der Oefnung liegt,

liegt, so, daß die um H I liegende Wasserschälchen um so mehr gekrümmt sind, je näher sie den Seiten des Gefäßes waren, wie es in der Figur durch die punktirten Linien angezeigt ist. — So einen Trichter nennt man gewöhnlich einen *Strudl*, den F Grs anzeigt, bei grossen Wassermassen aber einen *Wirbel*.

185. Es ist offenbar, daß die Menge des auslaufenden Wassers 1) mit der *Oefnung* O, 2) mit der *Geschwindigkeit* C, und 3) mit der *Zeit* T des Auslaufens wachsen müsse, oder, daß

$$Q : q = C \cdot O \cdot T : c \cdot o \cdot t \text{ sey.}$$

186. Da aber hier gleichförmig beschleunigte Bewegung eintritt, und in dieser [67.] $C = \sqrt{S}$, in unserm Falle aber $S =$ der Höhe des Wassers im Gefäße ist, so wird $C = \sqrt{A}$, folglich

$$Q : q = O \cdot T \cdot \sqrt{A} : o \cdot t \cdot \sqrt{a} \text{ seyn.}$$

Zusatz. Wäre die Oefnung eine Kreisfläche, so würde $O = D^2$, folglich

$$Q : q = D^2 \cdot T \cdot \sqrt{A} : d^2 \cdot t \cdot \sqrt{a}.$$

187. Die hier aufgefundenen Verhältnisse treten indessen wegen der Reibung des Wassers an den Seiten des Gefäßes, und an der Oefnung, und wegen dem Widerstande der Luft nie vollkommen ein. Man hat durch Versuche folgende Resultate gefunden.

Bei

Bei der beständigen Höhe des Wassers über dem Mittelpunkte der Oefnung von 11 F. 8 Z. 10 Lin. erhielt man	in einer Min. Kubik Fuß Wasser
Durch eine kreisrunde Oefnung von 6 Lin. Durchmesser	2311
Durch eine kreisrunde Oefnung von 12 Lin. Durchmesser	9281
Durch eine kreisrunde Oefnung von 2 Zoll Durchmesser	37203
Durch eine rechteckichte 1 Zoll lange, und 3 Lin. breite Oefnung .	2933
Durch eine quadratische Oefnung die Seite = 1 Zoll	11817
Durch eine quadratische Oefnung die Seite = 2 Zoll	47361

188. b) Wenn *an der Seite* eines Gefäßes eine Oefnung gemacht wird, dann hört die Wasserfäule, welche an ihr liegt, auf, Widerstand von der Seite zu haben, und wird daher auslaufen. Ihr muß nothwendig wegen Störung des Gleichgewichtes in der ganzen Masse, alles übrige Wasser, das höher als die Oefnung steht, folgen, und gemäß dem gleichförmigen Druke des übrigen Wassers mit *gleichförmiger* Be-

Bewegung auslaufen, in welcher [61.] $S = CT$ ist.

189. Es ist offenbar, daß sich die *Geschwindigkeit* C dieser Bewegung durch den größern, oder kleinern Wasserabsatz unter ganz gleichen Umständen bestimmen läßt, und daß dieser Wasserabsatz mit der Größe der *Oefnung* O , mit der *Geschwindigkeit* C , und mit der *Zeit* T zunehmen muß, daher

$$Q : q = C.O.T : c.o.t.$$

Zusatz 1. Wäre $Q = q$, so würde auch $C.O.T = c.o.t$, folglich

$$C : c = o.t : O.T.$$

Zusatz 2. Wäre O eine Kreisfläche, dann würde $O = D^2$, folglich

$$Q : q = C.D^2.T : c.d^2.t, \text{ und} \\ \text{wenn } Q = q$$

$$C : c = d^2 t : D^2 T.$$

190. Welchen *Weg* wird aber das auslaufende Wasser machen? —

Es sei $ARDM$ [Fig. 19.] ein mit Wasser gefülltes Gefäß. In der Höhe $DO = \frac{1}{2} MD$ sei in O die Seitenöffnung. Wenn nun das Wasser durch dieselbe austritt, so wird es in der Richtung OF mit gleichförmiger dem Druke der Wassersäule MO entsprechender Ge-

Geschwindigkeit [188.] horizontal fortbewegt, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die es im Falle von M nach O erlangt hätte, mit der es also in der nehmlichen Zeit bei gleichförmiger Bewegung einen Raum $\equiv 2MO$, also, wenn $OF \equiv 2MO$, den ganzen Raum OF machen wird. Zugleich erhält es aber auch gemäß seiner Schwere eine Bewegung senkrecht zum Horizon, die es von O nach D bringen würde, so, daß $2OD \equiv OF$ ist. Durch diese zwei Kräfte wird es gezwungen, eine mittlere Richtung OB zu nehmen, welche aber, weil die Kräfte ungleichartig sind, eine *krumme*, und zwar eine *parabolische* seyn muß.

Da aber $OF \equiv DB \equiv 2OD$ ist, so folgt, daß in dem Falle, wo die Höhe der Oefnung in der Mitte des Gefäßes, und der Wassermasse ist, die Entfernung $\equiv$ der doppelten Höhe der Oefnung über den Horizon ist.

191. Allgemein verhält sich die Entfernung, zu welcher das Wasser hinausgeworfen wird [die Wurfweite], wie ein Sinus, dessen entsprechender Quersinus die Höhe des Wassers über der Oefnung ausdrückt; denn

es sei [Fig. 20.] BbH die horizontale Ebene, auf welcher das mit Wasser gefüllte Gefäß abBA steht, F die Seitenöffnung, und AB die Höhe der obern Wasserfläche. Beschreibt man auf AB den Halbkreis ADB, und zieht die
hori.

horizontale Linie FE, so wird die Entfernung derselben proportional seyn; denn der beschriebene Raum S ist bei der gleichförmigen Bewegung $= CT$. Hier aber ist

$$T = \sqrt{BF}, \text{ und}$$

$$C = \sqrt{AF}, \text{ folglich}$$

$S = \sqrt{BF} \cdot AF$. Nun ist aber aus der Natur eines Kreises

$$AF : FE = FE : FB, \text{ und}$$

$$FE = \sqrt{AF \cdot BF}, \text{ also auch}$$

$$S = FE.$$

Was von FE bei der Höhe der Oefnung F gilt, gilt auch von RD, LM bei der Höhe R und L, und allen übrigen den Oefnungen entsprechenden Linien.

Es ist aber FE der Sinus, AF der Quersinus des Bogens AE, eben so RD der Sinus RA der Quersinus von DA, u. s. w. also

Zusatz I. Heißt daher D die Wurfweite für R im Mittelpunkte, d für L, und δ für F, so wird

$$\begin{aligned} D : d &= RD : LM \\ &= \text{Sin. tot.} : \text{Sin. MB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D : \delta &= RD : FE \\ &= \text{Sin. tot.} : \text{Sin. AE} \end{aligned}$$

$$d : \delta = LM : FE \\ = \text{Sin. tot.} : \text{Sin. } AE.$$

Zusatz 2. Da Sin. tot. der grösste aller Sinusse $= \text{Sin. } 90^\circ$ ist, so wird die Wurfweite in der Mitte des Gefässes, und der Wasserfäule am grössten seyn.

Zusatz 3. Ist Sin. MB $=$ Sin. AB, so ist auch $d = \delta$, folglich die Wurfweite in gleichen Abständen ober, und unter der Mitte gleich.

192. Einen andern Maassstab für die Wurfweiten bei gleichen Höhen der Oefnungen über dem Horizonte, aber ungleichen Höhen des Wassers über den Oefnungen geben uns die *Quadratwurzeln der letztern*; denn da die Höhen der Oefnungen gleich sind, so wird der Unterschied der Wurfweiten nur von der horizontalen Bewegung abhängen. Da aber diese mit der Geschwindigkeit wächst, die Geschwindigkeit aber so gross ist, als wenn das Wasser von der Höhe, zu der es im Gefässe steht, herabgefallen wäre, in der gleichförmig beschleunigten Bewegung aber $C = \sqrt{S}$, hier also $= \sqrt{A}$ ist, so stehen die Wurfweiten auch im Verhältnisse der $\sqrt{}$ dieser Höhen, oder es ist

$$D : d = \sqrt{A} : \sqrt{a}.$$

193. Die Erfahrung weist dieses Gesetz *beinahe* nach, wie es die Resultate der gemachten Versuche in folgender Tafel zeigen. Man fand nelmlich die Anzahl der abgegebenen Kubikschuhe Wassers

<i>Bei einer beständigen Wasserhöhe über der Oefnung von 9 Schuhen</i>	
1) durch eine kreisrunde Oefnung von 6 Lin. Durchmesser	= 2018
2) durch eine kreisrunde Oefnung von 12 Lin. Durchmesser	= 8135
<i>Bei der beständigen Höhe von 4 Schuhen</i>	
3) durch eine kreisrunde Oefnung von 6 Lin. Durchmesser	= 1353
4) durch eine kreisrunde Oefnung von 12 Lin. Durchmesser	= 5436
<i>Bei der beständigen Höhe von 7 Lin.</i>	
5) durch eine kreisrunde Oefnung von 12 Zoll Durchmesser	= 628

194. c) Das Wasser, welches mit gleichförmig beschleunigter Bewegung fällt, erhält eine Geschwindigkeit, mit der es am Ende seines Falles wieder eben so hoch steigen kann. Wenn daher mit einem Wasserbehälter E F H G [Fig. 21.] die am Ende aufwärts gebogene Röhre A B C D verbunden ist, so wird es durch dieselbe herabfallen, und, wenn am Ende der Röhre eine kleine Oefnung a angebracht ist, durch dieselbe zu einer Höhe b springen, die derjenigen gleich ist, von der es herabgefallen ist.

Zusatz. Man sieht leicht, dass diese Anrichtung unsere sogenannten *Springbrunnen* giebt.

195. Bei Anlegung solcher Brunnen muss vorzüglich auf die Höhe des Wasserstrahls Rücksicht genommen werden. Da aber diese vorzüglich von der Verminderung der Reibung, und der Höhe des Wasserbehälters abhängt, so muss für beide hinreichend gesorgt werden. Regeln für die Anwendung können folgende seyn:

a) Ein dickerer Wasserstrahl steigt höher, als ein dünnerer, giebt aber in der nehmlichen Zeit weniger Wasser. — Dabei muss aber für hinlänglich weite Zuführungsröhren gesorgt seyn.

b) Zu

- b) Zu den Oefnungen dient am besten eine polirte, dünne, überall gleich dike, und senkrecht durchbohrte Platte — weniger tauglich sind kegelförmige — am untauglichsten die zylindrischen Aufsätze.
- c) Der Unterschied zwischen der Höhe des Behälters, und der Höhe des Strahles steht beinahe im Quadratverhältnisse der Höhe des Strahles.
- d) Die Zuführungsröhren müssen, so viel möglich, geradlinicht seyn. Am meisten schadet der Geschwindigkeit die Biegung unter einem rechten Winkel.

196. Folgende Tabelle mag vielleicht bei Anlegung solcher Brunnen Dienste machen. Es ist aber zu merken, daß 36 Pinten = 35 baierische Maasen sind. Man erhielt

Bei der Höhe des Behälters von		dem Durch- messer der Zufüh- rungs- röhre von	Höhe des Strahles	durch eine Ansatz- röhre von 16 Lin. Durch- messer
Schuhe	Zoll	Lin.	Schuhe	Pinten
5	1	21	5	32
10	4	26	10	45
21	4	31	20	65
33	0	34	30	81

Bei

Bei der Höhe des Behälters von		dem Durch- messer der Zufüh- rungs- röhre von	Höhe des Strahles	durch eine Ansatz- röhre von 16 Lin. Durch- messer
Schuhe	Zoll	Lin.	Schuhe	Pinten
45	4	37	40	95
58	4	39	50	108
72	0	41	60	120
86	4	43	70	131
101	4	45	80	142
117	0	47	90	152
133	4	49	100	163

C.

197. *Haarröhrchen* [*Tubi capillares*] nennt man kleine Röhrchen, die einen sehr kleinen Durchmesser ungefähr von $\frac{1}{2}$ — $1\frac{1}{2}$ Linie haben.

198. Wenn man solche Röhrchen von Glas, die an ihren Enden offen sind, in ein Wasser, oder eine andere Flüssigkeit, von der es nass gemacht wird, hält, so steigt das Wasser unter folgenden Phänomenen in denselben auf:

a) Es steigt und bleibt zu einer Höhe stehen, die größer ist, als die Höhe des Wassers außer dem Röhrchen,

b) und

- b) und zwar um so höher, je enger das Röhrchen ist,
- c) aber nie zur obern Oefnung heraus, so kurz auch das Röhrchen seyn mag.
- d) Bringt man das Röhrchen vom Wasser weg, so bleibt das aufgestiegene hangen.
- e) Verschiedene Flüssigkeiten steigen verschieden hoch; aber nicht im Verhältnisse ihrer Schwere. Salzwasser z. B. steigt höher, als Weingeist.
- f) In Quecksilber getaucht giebt das Röhrchen die entgegengesetzten Phänomene.

199. Herr *Jurin* hat über diesen Gegenstand sehr scharfsinnige Versuche angestellt, die aber, nach seiner eigenen Behauptung, nicht entscheidend sind.

Er liefs nemlich zwei Haarröhrchen [Fig. 22.] AC und CB zusammenschmelzen. CB hatte einen viel größern Durchmesser, als AC so, daß in BC das Wasser nur auf 6 Linien, in AC aber auf 2 Zoll stieg, ehe sie zusammengeschmolzen waren. Er senkte die ganze Röhre AB mit der weitem Oefnung B so tief in's Wasser, daß das Wasser 2 — 3 Linien bis D in der engern aufstieg. Und nun konnte er die Röhre 2 Zoll über die Wasserfläche erheben,

heben, ohne daß das Wasser aus der Röhre zurückfiel. Senkte er aber die Röhre mit der engern Oefnung G so in's Wasser, daß es in der weitem noch 2 — 3 Linien hoch bis F stand, so konnte er die ganze Röhre nur 6 Linien über das Wasser erheben.

200. Anstatt der vorigen Anrichtung bediente sich Jurin zu weitem Versuchen eines Trichters I K L [Fig. 23.] der mehrere Zoll im Durchmesser hatte, und sich in das Haarröhrchen L G endete. Das Haarröhrchen war von der Art, daß das Wasser in demselben auf 2 Linien stieg. Wenn er nun den Trichter so in's Wasser senkte, daß das Wasser auch nach L H stieg, so konnte er den ganzen Trichter ungefähr 2 Zoll erheben, ohne das Wasser zu verlieren.

201. Zur *Erklärung* dieser Phänomene sind vorzüglich drei Meinungen in Umlauf gekommen. Man glaubte

1) die Ursache derselben darin zu finden, daß die äussere, das Röhrchen umgebende *Luft* freier, und vollkommner auf das aussen stehende Flüssige, als auf die Fläche desselben inner dem Röhrchen *druke*. Allein diese Meinung kann schon darum nicht angenommen werden, weil die nehmlichen Erscheinungen sich auch im luftleeren Raume ergeben.

2) Man

2) Man wollte behaupten, die Ursache liege in der *Reibung* der kleinen Wasserfäulchen an den Seiten des Röhrchens. Allein die Erscheinungen treten ein, wenn das Röhrchen gar nicht in's Wasser gebracht wird, sondern nur die höchste Oberfläche desselben berührt.

3) Die dritte, und wahrscheinlichste Meinung findet die Ursache darin, daß das Flüssige vom Röhrchen mehr, als die Theile des Flüssigen unter einander *angezogen* werden, woraus sich die [198.] aufgezählten Erscheinungen sehr ordentlich erklären lassen.

202. Die Erklärung beruht nemlich auf den beiden Sätzen: a) Jeder Körper hat zu einem andern Anziehungskraft, und b) das Haarröhrchen hat größere Anziehungskraft zu dem Wasser, als die Wassertheilchen unter einander. In dieser Voraussetzung muß nun, wenn das Röhrchen *abcd* [Fig. 24.] das Wasser berührt, dieses wegen der größern Anziehung nach *ce*, und *bf* in die Höhe steigen. Da aber die Ziehkkräfte in der Entfernung abnehmen, so müssen die aufsteigenden Wassertheilchen rings um das Glas die krummen Linien *fc*, u. s. w. bilden, wodurch die Oberfläche des Wasserfäulchens nothwendig concav werden muß. — Ist das Röhrchen bis *fe* gefüllt, so

so wirken die ober fe liegenden Theile des Glases, und das Wasserfäulchen muß so lange steigen, bis ihr Gewicht der ganzen Ziehkraft des Glases das Gleichgewicht hält [198. a].

203. Da die Ziehkraft V des Glases im Verhältnisse der innern Oberfläche, d. i. der innern Peripherie des Glases, und diese im *einfachen* Verhältnisse der Durchmesser stehen, so wird

$$V : v = D : d.$$

Das Gewicht P der Wasserfäule hingegen wächst im Verhältnisse der Masse, also im *Quadratverhältnisse* der Durchmesser, also

$$P : p = D^2 : d^2.$$

Wenn daher eine Röhre um die Hälfte enger ist, als eine andere, so nimmt die Ziehkraft um die Hälfte, das Gewicht der Wasserfäule aber um das Vierfache ab, so, daß also immer Kraft genug übrig bleibt, die Wasserfäule viel höher zu bringen, als in der weitem [198. b].

204. Da das Steigen des Waffers in den Haarröhrchen nur von der Ziehkraft des Glases abhängt, so kann es da nicht mehr steigen, wo kein Glas mehr ist, also am obern Ende nicht auslaufen [198. c].

205. Eben darum fällt auch das Wasser, das aufgestiegen ist, nicht zurück, wenn das Röhrchen vom Wasser weggenommen wird [198. d].

206. Da nicht jeder Stoff zu jedem andern gleiche Ziehkkräfte hat, so ist's auch begreiflich, warum nicht jedes Flüssige gleich hoch, und warum selbst ein leichters Flüssiges nicht so hoch steigt, als ein schwereres [198. e].

207. Härter sind *Jurin's* Versuche [199. 200.] zu erklären, weil sie eine Verbindung der Haarröhrchen mit weiten Gefäßen voraussetzen, und also nur zum Theile in die Theorie der Haarröhrchen passen. Indessen wird die in der weitem Röhre, und dem Trichter befindliche Wassermenge *wahrscheinlich* theils von den Seitenwänden, theils von der gewölbten Oberfläche getragen, und zwar um so leichter, da vielleicht die unter dem Haarröhrchen stehende Wasserfaule H [Fig. 23.] von dem Haarröhrchen selbst getragen wird.

208. Die Erklärung des Phänomens [198. f.] daß das Queksilber in einem gläsernen Röhrchen tiefer, als außer demselben steht, liegt sehr natürlich in der entgesetzten Ursache, nemlich in der größern Anziehung der Queksilbertheilchen unter einander, als des Queksilbers zum Glase. Dies beweisen selbst die Ver-

Versuche mit *metallenen* Röhrchen, in welchen das Quekfilber die nehmlichen Phänomene zeigt, wie das Wasser in gläsernen.

Zusatz 1. Aus der nehmlichen Ursache steigt das Wasser zwischen zwei nahe an einander gebrachte Glastafeln, und zwar in einer krummen [hyperbolischen] Linie, wenn ihre innern Flächen einen kleinen Winkel bilden.

Zusatz 2. Beispiele von Haarröhrchen treffen wir an unsern Schwämen, am Binsenstein, am Dochte der Lampe, und der Kertze, an den Wurzeln, und Blättern der Bäume, im thierischen Körper u. s. w. — Aber warum saugen gewisse Gefäße im Thier- und Pflanzenreiche gerade einen bestimmten Saft ein? — Warum der gepfropfte Baum einen andern, als der nicht gepfropfte? —

D.

209. In der Abhandlung von der Pendelbewegung [113.] wurde bewiesen, daß die von einem Pendel beschriebne Bögen gleichzeitig, und die Schwingungszeiten im Verhältnisse der $\sqrt{\sqrt{}}$ der Längen sind.

Wenn nun in der kommunizirenden Röhre LPOM [Fig. 25.] das ruhende Wasser bis ab, und cd steht, so würde es, wenn eine äussere Kraft es im Schenkel MO bis gh herab-

abdrückte, in dem andern LP bis ef so steigen, daß $dh = ae$ wäre. Bei dem Aufhören des Druckes in MO, würde das Wasser in LP bis ik herabfallen, und das in MO bis nq in die Höhe drücken, weil der Fall mit gleichförmig beschleunigter Bewegung geschieht. Dadurch entsteht nun eine schwingende [Pendel] Bewegung; denn die Kraft V, welche die Ursache dieser Bewegung ist, verhält sich wie der Druck des Wassers P, also

$$V : v = P : p.$$

Dieser Druck steht aber hier im Verhältnisse der Höhe A, und diese ist der gemachte Raum S, folglich ist auch

$$V : v = A : a \\ = S : s, \text{ und daher}$$

$$Vs = vS.$$

In der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist [65.]

$$T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}, \text{ und da}$$

$$C : c = V : v$$

$$T : t = Sv : sV$$

Oben war aber $Sv = sV$, also auch

$$T = t.$$

210. Mit dieser schwingenden Bewegung des Wassers in kommunizirenden Röhren vergleicht Newton [Princ. math. L. II. Prop. 46. Prob. 10.] sehr richtig die *Wellenbewegung* [motus undulatorius] einer unbeschränkten freistehenden Wassermasse.

211. Man versteht nemlich unter Wellenbewegung jene Bewegung des Wassers, durch welche ein Theil desselben sich wechselweise über die horizontale Fläche erhebt, und unter dieselbe vertieft. Die Höhe Cc, Ee u. f. w. [Fig. 26.], welche das Wasser erreicht, heißt die *Wellenhöhe*, und jede mit der Wasserfläche parallele Linie AC, bD. u. f. w., die den Raum zwischen zweien Erhöhungen, oder Vertiefungen mißt, *Wellenbreite*, *Wellenlänge*.

212. Die Welle durchläuft ihre Breite AC, oder bD in der Zeit, in welcher die Höhe A nach C, oder die Vertiefung B nach D kömmt. Daher wird ein Pendel, dessen Länge $= \frac{1}{4}$ Breite der Welle ist, zweimal schwingen, während das Wasser die ganze Breite durchläuft; denn, während das Wasser den Weg $\alpha b \beta$ macht, wird nothwendig auch ein Pendel, dessen Länge $= \frac{1}{2} \alpha \beta = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{4} AC$ ist, einmal schwingen, und noch einmal, während das Wasser den Weg $\beta C \gamma = A\alpha + \beta C$ macht.

213. Da in den Pendeln [114.] $N : n = \sqrt{1} : \sqrt{L}$, so wird ein Pendel, das die ganze Breite AC zur Länge hat, nur Eine Schwingung machen, während das obige Pendel von $\frac{1}{4} AC$ Länge zweo macht. Daher wird die ganze Breite auch durchlaufen, während ein Pendel, dessen Länge $= AC$ ist, eine Schwingung macht.

Zusatz. Ein Pendel von 440, 60 par. Linien ist genau ein Sekundenpendel, folglich wird auch eine Welle von 440, 60 par. Linien Breite in $1''$ ihre Breite, und weil die Schwingungen gleichzeitig sind, in einer Minute ungefähr 183 Schuhe durchlaufen.

214. Aus der Natur der Sache ergeben sich folgende in der Erfahrung bestätigte Gesetze der Wellenbewegung:

- a) Je mehr die äufferere Kraft durch Stofs oder Druk auf das Wasser wirkt, desto höher und breiter muss auch die Welle seyn.
- b) Aus der ersten Welle entsteht die zwote, aus dieser die dritte u. f. w.
- c) Daher muss die Welle nach allen Richtungen vom Punkte, an dem die Kraft wirkt, fortgehen.
- d) War daher, die erste Welle ein Kreis, so müssen es auch die folgenden seyn, nur
müssen

müssen diese Kreise immer wachsen. Wäre hingegen die erste Welle wegen gewissen Umständen kein Kreis, so könnten auch die folgenden keine Kreise seyn.

e) Je weiter sich die Welle vom Kraftpunkte entfernt, desto niedriger, und am Ende ganz unmerklich muß sie werden.

f) Stossen die Wellen an ein lothrechtes Hinderniß, so werden sie so zurückgeworfen, daß sie Kreise um einen Punkt bilden, der eben so weit hinter der Ebene des Hindernisses, als der Mittelpunkt der anschlagenden Welle vor derselben liegt. — Schiefe Hindernisse stören den Gang der Wellen sehr.

Zusatz 1. Diese Gesetze gelten nur bei ruhigem Wasser — in einem Strome folgt die Figur der Ausdehnung nach dem Laufe desselben.

Zusatz 2. Die Verwirrung mehrerer durch verschiedene Kräfte, z. B. bei einem Regen entstandener Wellen ist nur scheinbar.

Zusatz 3. Die Meereswellen sind nichts anders, als Wirkung der eben beschriebenen Wellenbewegung — nur im Großen, und sehr unregelmäßig, weil sie von der sehr ungleichen, und schiefwirkenden Kraft des Windes erzeugt werden.

Nachdem

Nachdem wir die verschiedenen Bewegungen des Waffers kennen gelernt haben, nur noch ein Wort über die

*Gröfse der Wirkung
desselben auf einen festen Körper!*

215. Um diese Wirkung leichter zu bestimmen, setzen wir, das Wasser, welches auf eine Fläche wirkt, ruhe, die Fläche selbst aber bewege sich gegen dasselbe mit eben der Geschwindigkeit, mit der sich das Wasser wirklich bewegt. In dieser Voraussetzung ist der Widerstand, den die Ebene leidet, genau so groß, als die Wirkung, welche das bewegte Wasser auf die ruhende Fläche ausübt.

Dieser Widerstand des Waffers wäre aber so groß, als das Gewicht einer Wassersäule, die diese Fläche zur Basis, und eine Höhe hätte, die derjenigen gleich ist, von welcher die Fläche hätte herabfallen müssen, um seine Geschwindigkeit zu erlangen. Daher wirkt das Wasser auch auf die Fläche so stark, als das Gewicht einer Wassersäule, welche die Fläche zur Basis, und eine Höhe hat, welche nothwendig wäre, wenn es im Fallen die wirkliche Geschwindigkeit hätte erlangen sollen.

216. Daher wird die Wirkung eines Stromes auf eine *unbewegliche* und *senkrechte* Fläche im zusammengesetzten Verhältnisse aus der Oberfläche dieser Fläche P in das Quadrat der Geschwindigkeit C des Stromes stehen; denn die Größe der Bewegung Q eines Wassertheilchens ist $= CM$ [59.], M aber $=$ der Anzahl der Punkte, oder, was eines ist, der Oberfläche der Fläche P , folglich $Q = CP$. Dann wächst die Wirkung nach der Anzahl der in der nehmlichen Zeit stoffenden Theile, folglich neuerdings im Verhältnisse der Geschwindigkeit C , so, daß die ganze Wirkung

$$V = CP \cdot C = C^2 P \text{ wird.}$$

Zusatz 1. Bei verschiedenen Flächen also

$$V : v = C^2 P : c^2 p.$$

Zusatz 2. Wäre von zwei verschiedenen Flüssigen die Rede, so müßte auch ihre Dichtigkeit in Rechnung kommen, und

$$V : v = C^2 DP : c^2 dp \text{ werden.}$$

217. Wäre die Fläche ad [Fig. 27.] *schief* gegen die Richtung des Stromes FC gestellt, so verhielte sich die Wirkung V auf die senkrechte Fläche AD zur Wirkung v auf die schiefe ad

$$= FC : FB.$$

Nimmt

Nimmt man FC als Radius an, so wird FB der Sinus des Winkels FCB , folglich

$V : v = \text{Sin. tot. zum Sinus des Winkels, den die Richtung des Stromes mit der Fläche macht.}$

218. Ist die Fläche selbst *beweglich*, so geschieht diese Bewegung a) entweder *nach*, oder b) *gegen* die Richtung des Stromes. Im ersten Falle ist die Wirkung $=$ dem *Quadrate der Differenz* der Geschwindigkeiten; denn, wenn das Wasser mit der Geschwindigkeit C auf die Fläche stößt, die sich ohnehin schon mit der Geschwindigkeit c bewegt, so ist's eben so viel, als wenn es mit $C - c$ auf die *ruhende* Fläche stieße. Nun ist aber [216.]

$$V = C^2 P, \text{ folglich hier}$$

$$= [C - c]^2 P, \text{ und}$$

weil P beständig bleibt

$$= C^2 - 2Cc + c^2.$$

b) Im zweiten Falle aber wird $V =$ dem *Quadrate der Summe* der Geschwindigkeiten; denn hier ist die Wirkung eben so groß, als wenn das Wasser mit der Geschwindigkeit $C + c$ auf eine *ruhende* Fläche wirkte, also

$$V = [C + c]^2 P,$$

weil

weil P beständig

$$\begin{aligned} V &= [C \mp c]^2 \\ &= C^2 \mp 2Cc c^2. \end{aligned}$$

219. Soll aber diese Wirkung ein *Größtes* seyn, so muß die Geschwindigkeit der Fläche $= \frac{1}{2}$ der Geschwindigkeit des Waffers seyn; denn

da die Wirkung allemal dem Momente einer Maschine proportional ist, das Moment einer Maschine aber $=$ dem Produkte aus der Geschwindigkeit der Maschine in die Kraft, die sie durch die Wirkung des Waffers gewinnt, diese Kraft aber $=$ dem Quadrate der respektiven Geschwindigkeit A^2 des Waffers ist, so wird, wenn [Fig. 28.] AB die Geschwindigkeit des Waffers, AC die Geschwindigkeit der Fläche ausdrückt, die respektive Geschwindigkeit des Waffers $= CB$ seyn, und daher das Moment $= AC \times CB^2$.

Wenn wir $AB = a$, $BC = x$

$AC = a - x$ setzen, so wird

$$\begin{aligned} AC \cdot BC^2 &= [a - x] x^2 \\ &= ax^2 - x^3 \\ &= \text{einem Maximum.} \end{aligned}$$

Wenn

Wenn daher $ax^2 - x^3 = y$, so wird
 $2ax dx - 3x^2 dx = dy = 0$, also

$$2a = 3x, \text{ und}$$

$$x = BC = \frac{2}{3} a, \text{ also}$$

$$AC = a - x = a - \frac{2a}{3}$$

$$= \frac{1}{3} a = \frac{1}{3} AB.$$

220. Die Wirkung des Wassers ist vorzüglich auf Räder merkwürdig. Es wirkt aber darauf entweder durch den Stofs allein, oder durch Stofs und Druk zugleich, je nachdem ein Rad ein *unterschlächtiges*, oder *ober Schlächtiges*, ein [Taufel] *Schaufelrad*, oder *Kastenrad* ist.

221. Die Erfahrung hat darüber folgendes nachgewiesen.

1) Je mehr ein Rad Schaufeln hat, desto geschwinder bewegt es sich. Gewöhnlich setzt man an ein Rad von ungefähr 20 Schuhe Durchmesser nur 40, und an Schiffmühlenräder 8 — 10 Schaufeln. Man würde aber mit mehr Vortheil an jene 48, an diese 15 — 16 anbringen.

2) Wenn ein Schaufelrad sich in einem *Gange* bewegt, erhält es ungefähr um $\frac{1}{3}$ mehr Geschwindigkeit, als im freien Wasser. —

fer. — Wenn der Gang genau so weit, und so tief ist, daß das Rad sich bewegen, und das Wasser nach dem Stosse fortfließen kann, so ist der Stoss doppelt so groß, als im freien Wasser.

- 3) Wenn ein Rad von 48 Schaufeln in einem Gange läuft, und nicht tief in's Wasser gesenkt ist, muß es ungefähr $\frac{2}{5}$ der Geschwindigkeit des Wassers erhalten, um die größte Wirkung hervorzubringen.
- 4) Die vortheilhafteste Stellung der Schaufeln ist, wenn sie zum Radius unter 20 — 30 Graden geneigt sind.
- 5) Unmittelbar am Wasserbehälter bewegt sich ein Rad am geschwindesten. Muß man aber am Ende eines Ganges bauen, so muß dieser eine Neigung haben, die ungefähr $\frac{1}{10}$ seiner Länge beträgt.
- 6) Das Wasser wirkt durch seinen Druck mehr, als durch seinen Stoss. Daher thun *Kastenräder* bei gleicher Wassermenge größere Wirkung, und man gebraucht sie, wo man wenig Wasser hat.
- 7) Je langsamer Kastenräder sich bewegen, desto mehr wirken sie.

Zusatz 2.

Zusatz 1. Einrichtung der Schaufel - und Kästenräder.

Zusatz 2. Gebrauch und Einrichtung der sogenannten *Paternosterwerke*.

Am Ende noch einen kurtzen Blick in die

Geschichte der Mechanik und Hydraulik!

222. Die Gesetze des freien Falles lagen bis auf die Zeiten des groffen, aber unglücklichen *Galilaeo Galilaei* ganz im Dunkeln. Man trug sich nur mit sonderbaren und irrigen Meinungen, welche *Galilaei* noch in seinen Studiejahren gegen seine eigene Lehrer in einer öffentlichen Disputirübung auf der Universität zu *Pisa* angrif, und widerlegte. *Galilaei* fand selbst die wahren Gesetze des Falles, die er in seinen Gesprächen 1602 zuerst aufstellte. Er nahm aber seine Sätze blofs als Hypothese an, suchte daraus die Folgen, wies diese in der Erfahrung nach, und schlofs am Ende, die angenommenen Sätze müssen nicht blofs Hypothese, sondern wahres Naturgesetz seyn.

Alles

Alles Neue, besonders wenn es eine alte allgemein gang und gäbe gewordene Meinung angreift, findet bei seinem ersten Erscheinen Hindernisse. Dieß erfuhren auch *Galilaei's* neue Entdeckungen. Einer der wichtigsten Gegner war der geschikte *Baliani*. Dagegen vertheidigte *Toricelli* die Sätze seines Lehrers mit der möglichsten geometrischen Genauigkeit, und *Gassendi* deckte durch eine strenge geometrische Prüfung theils die Widersprüche in *Balianis* Behauptungen, theils die Richtigkeit von *Galilaei's* Entdeckung auf.

Einige Jahre später schlugen *Riccioli* und *Grimaldi* neuerdings den Weg der Erfahrung ein, und fanden durch ihre Versuche mit 8 Unzen wiegenden Kugeln von Kreide, so wie etwas später *Dechaes* durch seine Versuche mit kleinen Kieselsteinen die galilaeischen Gesetze bestätigt, nur, daß *Dechaes* einige kleine Abweichungen in den Resultaten fand, die er aber, wie schon bemerkt worden ist, sehr richtig dem Widerstande der Luft zuschrieb.

In der Folge hat man verschiedene Mittel erdacht, um die galilaeischen Gesetze nachzuweisen, und alles bestätigte nur noch mehr die Wahrheit der Behauptungen des großen Mannes.

Hieher

Hieher gehören vorzüglich die Versuche über die Bewegung auf einer geneigten Ebene, und D. *Athoowd's* Fallmaschine.

223. Die Entdeckung der Gesetze der *Pendelbewegung* verdanken wir gleichfalls dem großen *Galilaei*, aus dessen Lehre über den Fall der Körper sie natürlich fließt. Man erzählt sich, *Galilaei*, welcher ein Arzt war, habe ein Mittel gesucht, um die Anzahl der Pulsschläge in einer bestimmten Zeit beurtheilen zu können. Während er mit diesem Gedanken beschäftigt war, bemerkte er zu seiner Verwunderung die *Gleichzeitigkeit* der Schwingungen einer Lampe in einer Kirche, glaubte darin seinen Zeitmesser gefunden zu haben, wurde aber zugleich zu Versuchen mit schwingenden Körpern hingeführt, die ihn lehrten, daß sich die Anzahl der Schwingungen, wie umgekehrt die Quadratwurzeln der Länge verhalten [114].

Er, und seine Schüler behandelten nun die Lehre von der Pendelbewegung weitläufiger, und *Riccioli* bediente sich der Pendel schon als Zeitmesser bei seinen Versuchen über den Fall der Körper. *Huyghens* brachte sie 1656 an die Uhren an.

In der Folge dienten sie auch, um die verschiedene Schwere auf der Erde zu bestimmen. [Siehe oben 116. 117.]

224. Die Lehre von den Gesetzen des *Stoffes* wurde zuerst von *Descartes* in Anregung gebracht. Allein erst die Societät der Wissenschaften in London veranlaßte eine gründliche Entwicklung dieser Gesetze, welche im Jahre 1668 innerhalb drei Monathen von *Huyghens*, *Wallis*, und *Wrenn* zugleich gegeben wurde. Die Richtigkeit dieser Gesetze wurde allererst von *Mariotte* in der Erfahrung nachgewiesen, welchem alle Schriftsteller über Experimentalphysik gefolget sind.

Unter den verschiedenen Methoden, diese Gesetze zu beweisen, ist in diesem Leitfaden unsers nun verewigten *Kaestners* keine gewählt worden, weil „sie das, was beim Stoffe in den Körpern selbst vorgeht, wie *Gehler* sagt, vorzüglich darzustellen scheint.“

225. Die Lehre von der *Brechung* verdankt ihre Theorie dem großen *Newton*. Nach ihm gieng man den Weg der Erfahrung, und man fand in Rücksicht des Weges, den ein Körper in den Medien macht, beträchtliche Abweichungen von der Theorie, welches selbst *Newton* schon

schon eingestanden hatte. Bis jetzt ist man mit einer Theorie, die mit der Erfahrung ganz übereinstimmte, nicht im reinen, ob schon sich die grössten Gelehrten aller Nationen viele Mühe gegeben haben, weil besonders für die Kriegswissenschaft diese Theorie höchst interessant ist. Man sieht sich heute noch gezwungen, bei Resultaten stehen zu bleiben, welche die Erfahrung gelehrt hat, ohne sie unter ein allgemeines Gesetz bringen zu können. Die Ursache dieses Nichtgelingens mag vielleicht in dem Mangel physikalischer Kenntnisse von den Medien selbst liegen, die der Mathematiker als gegeben voraussetzen muß, um mit Sicherheit darauf zu bauen.

226. Wenn schon den Alten verschiedene *hydraulische* Maschinen bekannt waren, so war es doch erst *Mariotte*, welcher [1686] eine Theorie derselben gab.

Beinahe um die nehmliche Zeit, nur noch etwas früher, legten die Schüler *Galilaei's* den Grund zur eigentlichen Lehre von der Bewegung des Wassers, die sonst unter dem Namen der *Hydrodynamik* bekannt ist, und welche die grössten Geister vorzüglich beschäftigte. *Newton*, *Varignon*, die beiden
Ber-

Bernoulli, Euler, D'Alembert, Segner, Kästner, und Karsten sind Namen, die in der Geschichte der Mathematik, und in's besondere der Hydraulik unsterblich sind. Aber alle die Einflüsse auf das Fortschreiten dieses Theiles der mathematischen Naturlehre sind unmittelbare Ausflüsse der sublimsten Geometrie, die folglich hier nicht gewürdiget werden können.

227. Die Phänomene der Bewegung des Wassers in *Haarröhrchen* soll nach *de la Lande's* Bemerkung *Franz Aggiunti* [1635] zuerst bemerkt haben. Gewiss ist es, daß *Joh. Christ. Sturm* 1676 schon davon sprach. Allein die Erklärung dieser Phänomene schrieb man bald der *Zähigkeit* des Wassers, wie *Vossius*, bald einer Art *Netzes* zu, das vom Wasser an der untern Oefnung der Röhre gebildet wird, wie *Borelli*, bald dem verminderten *Druke der Luft*, wie *Bernoulli* [Jacob], und *Hook*, bald dem *Gewichtverluste* der an der innern Fläche sich anhängenden Wassertheile, wie *Carré* und *Geoffroy* zu, bis endlich van *Muschenbroek*, *Weitbrecht*, und nach ihm *Gehler* unsere oben gegebene Erklärung in die Naturlehre brachten.

227. Uiber die *Wellenbewegung* haben wir auſſer *Newton's*, und ſeiner ihn commentirenden Anhänger nichts weiter erhalten. Ob man den Gegenſtand für zu uninterſſant, oder für erſchöpft hält? — —

* Ausführlicher ſoll dieſe Geſchichte in den Vorleſungen vorgetragen werden.

Uiberſicht

U i b e r s i c h t.

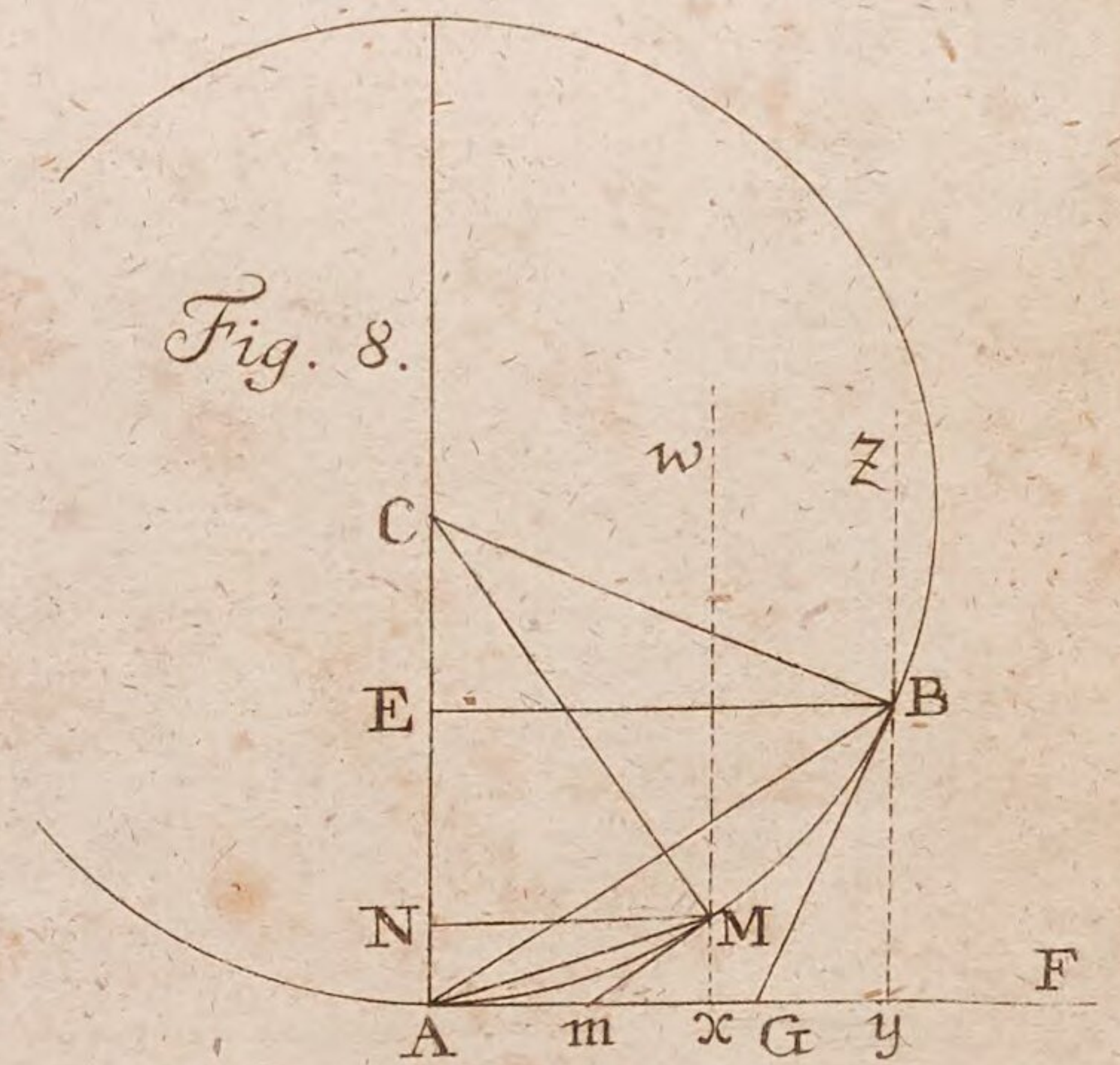
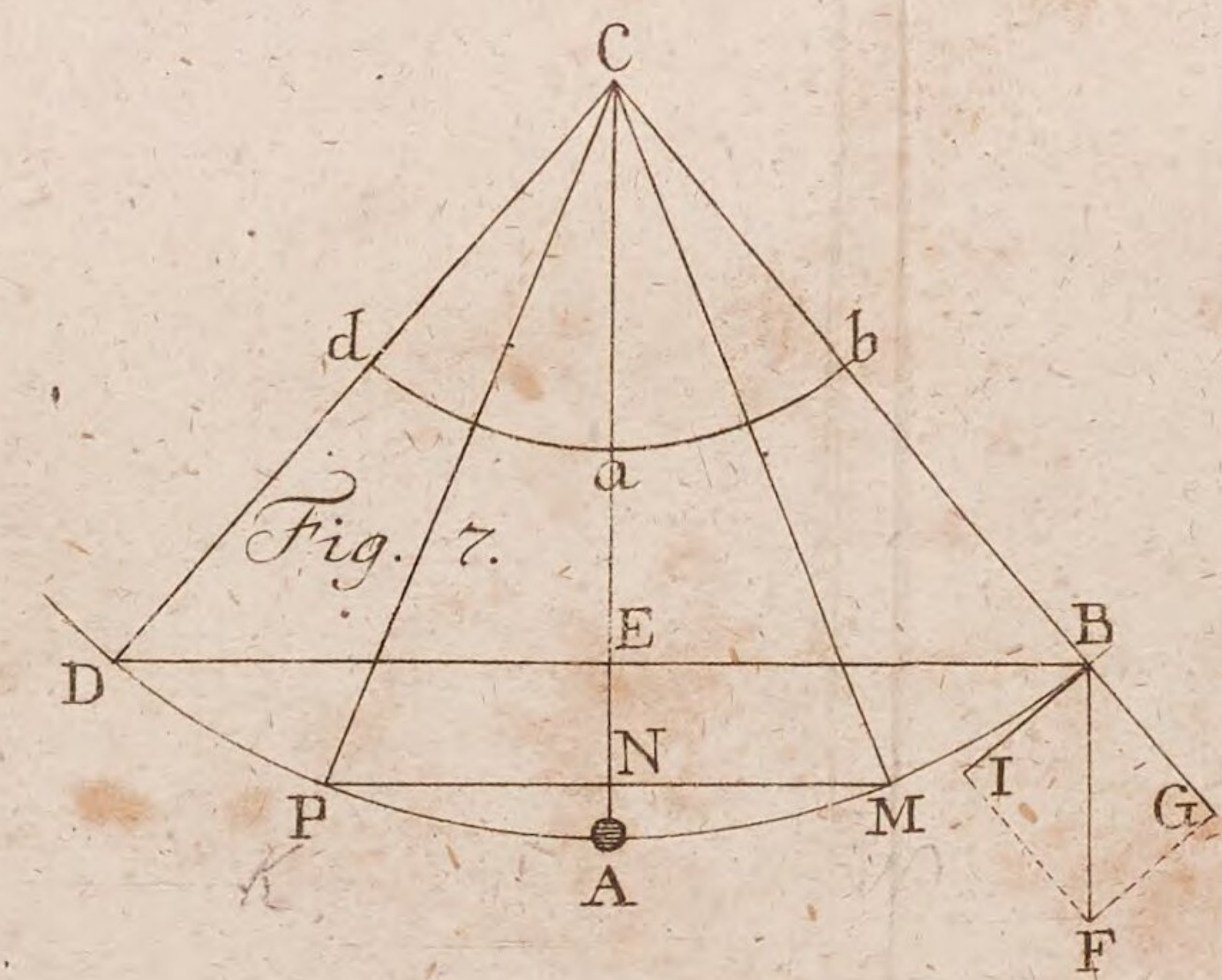
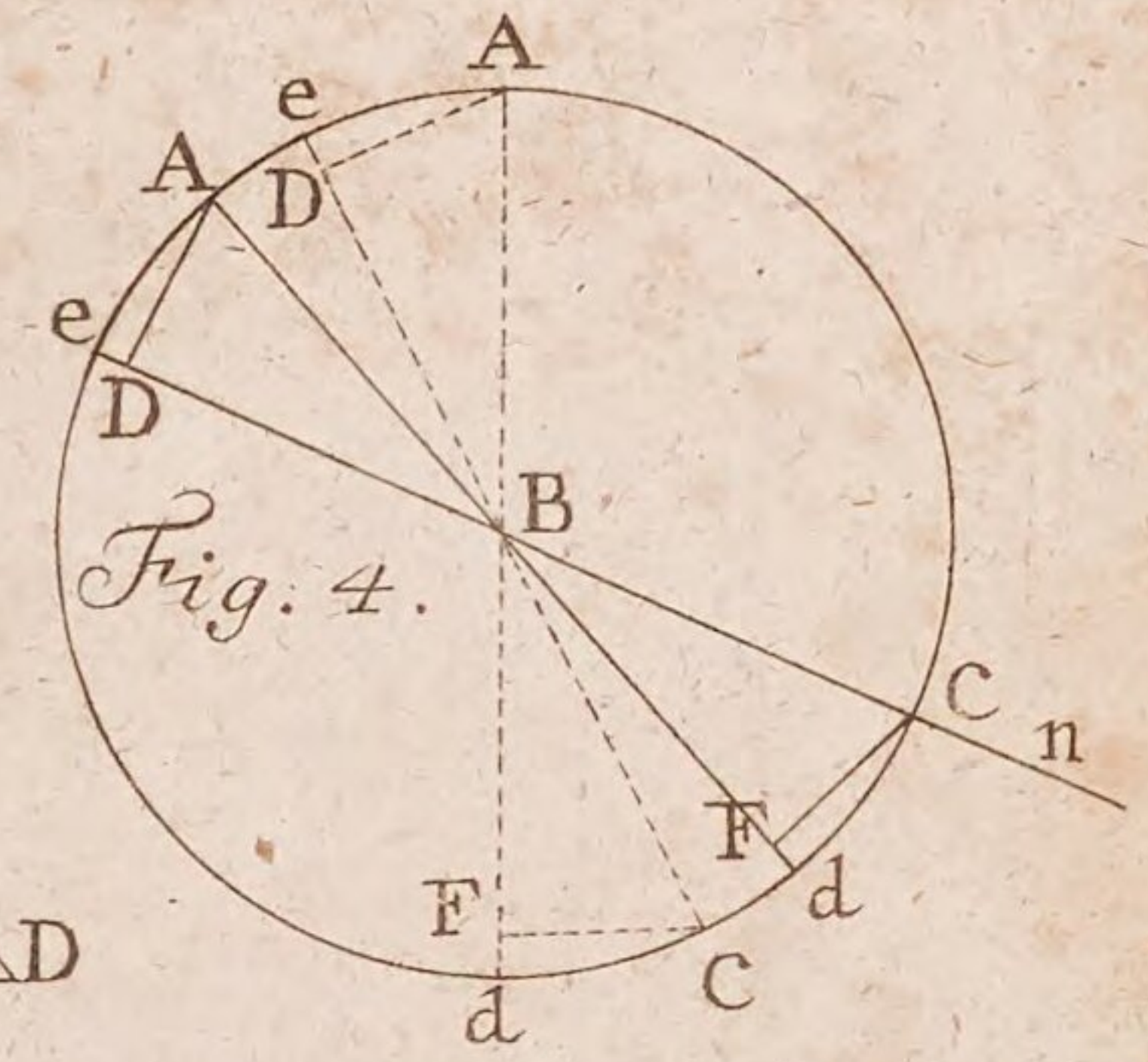
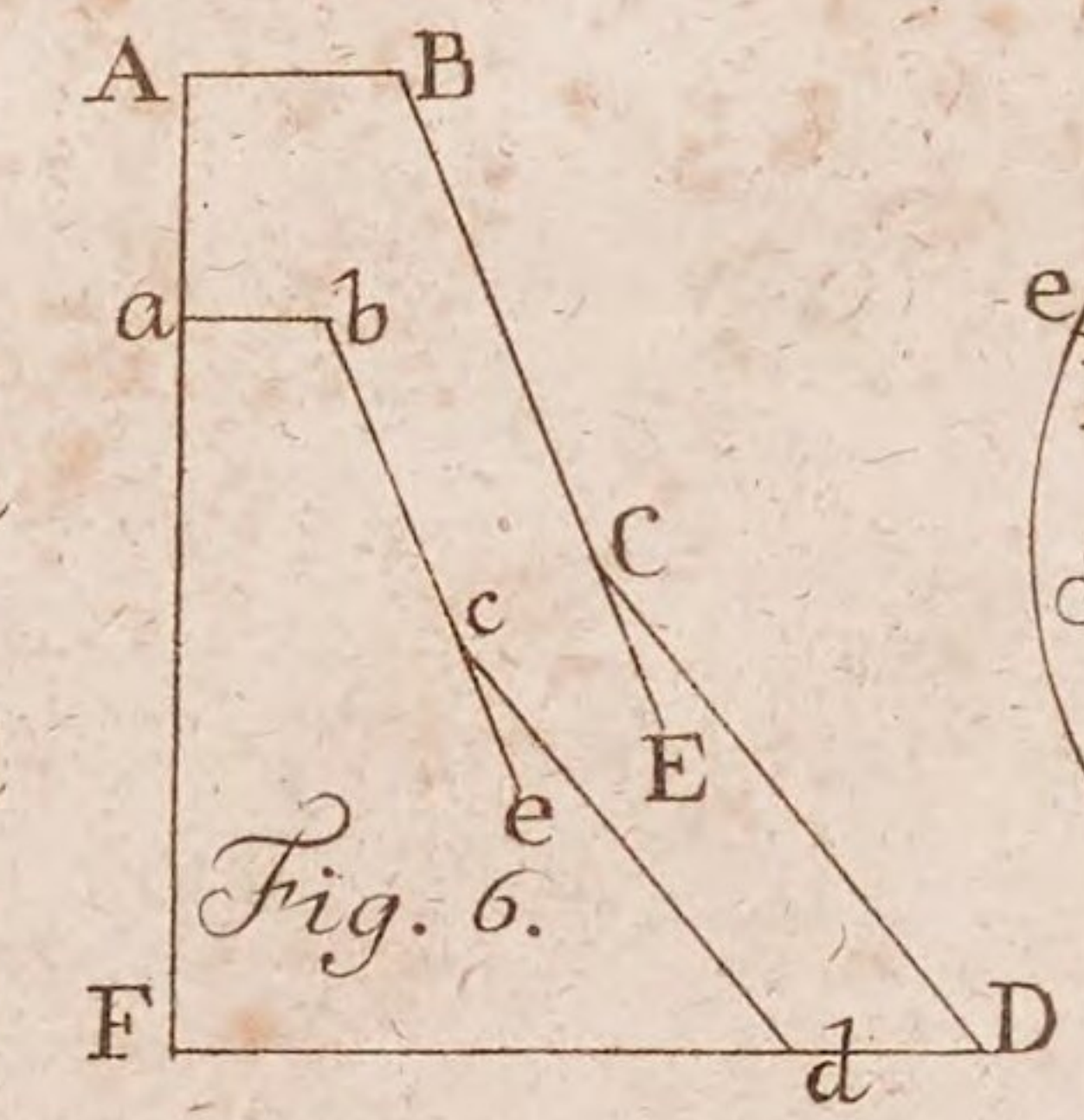
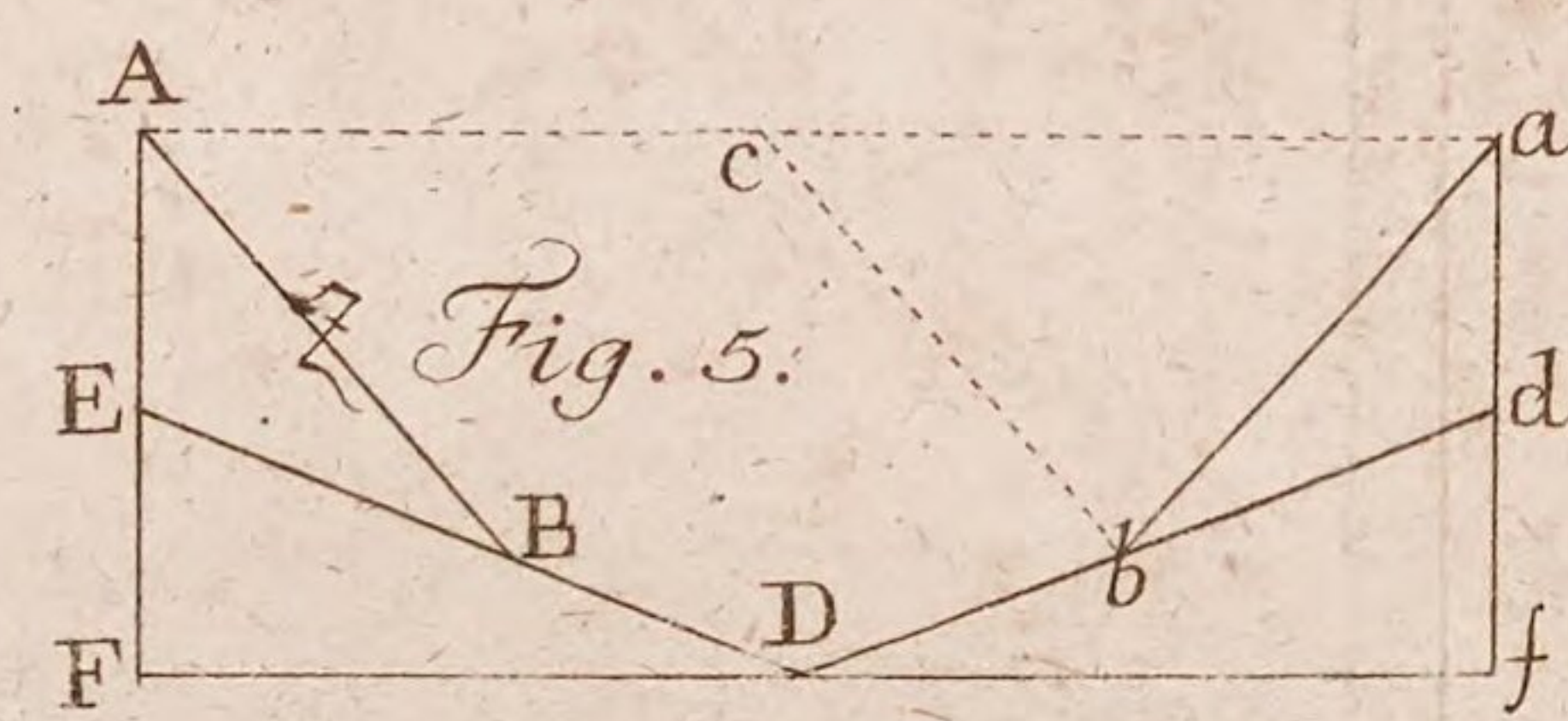
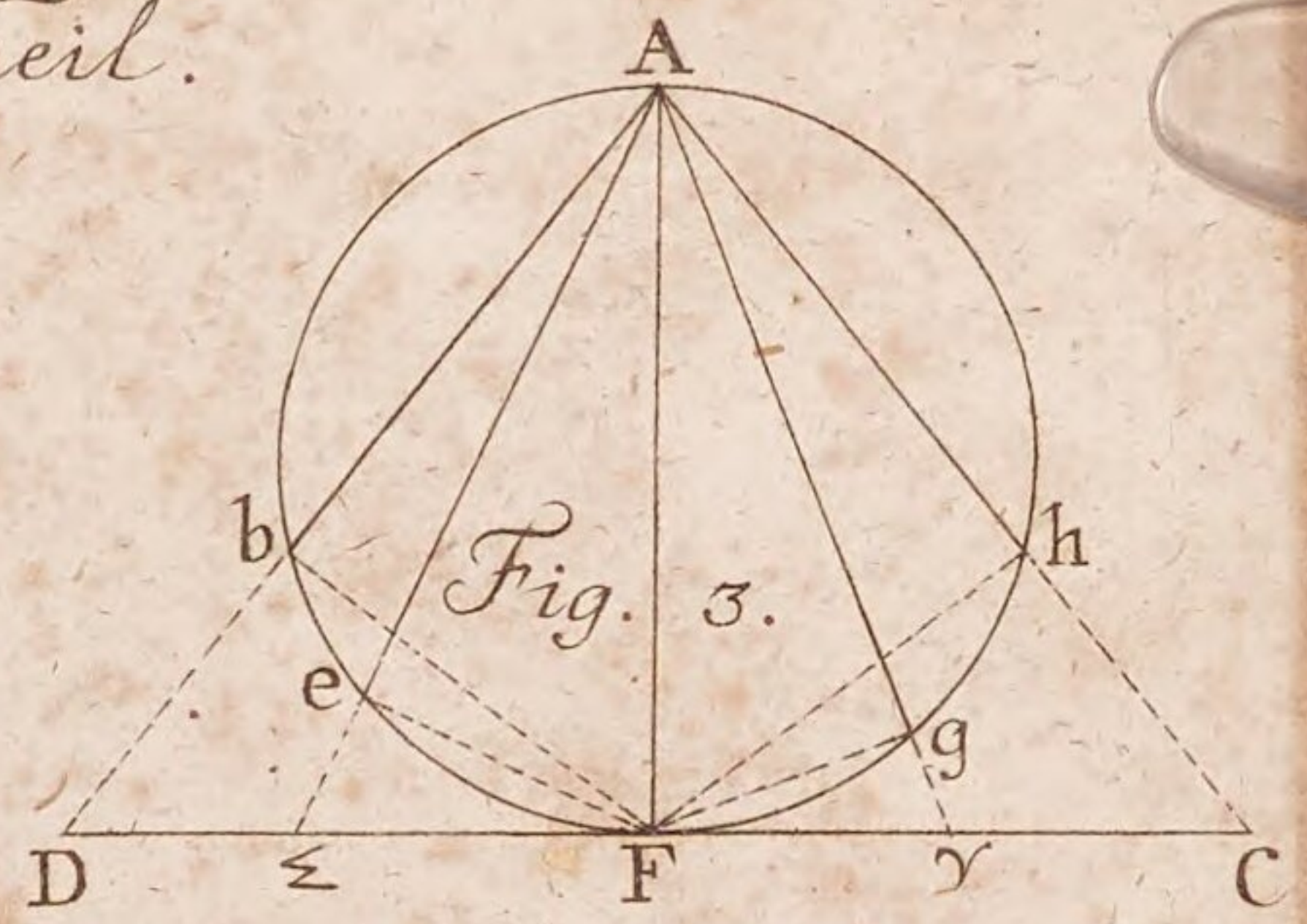
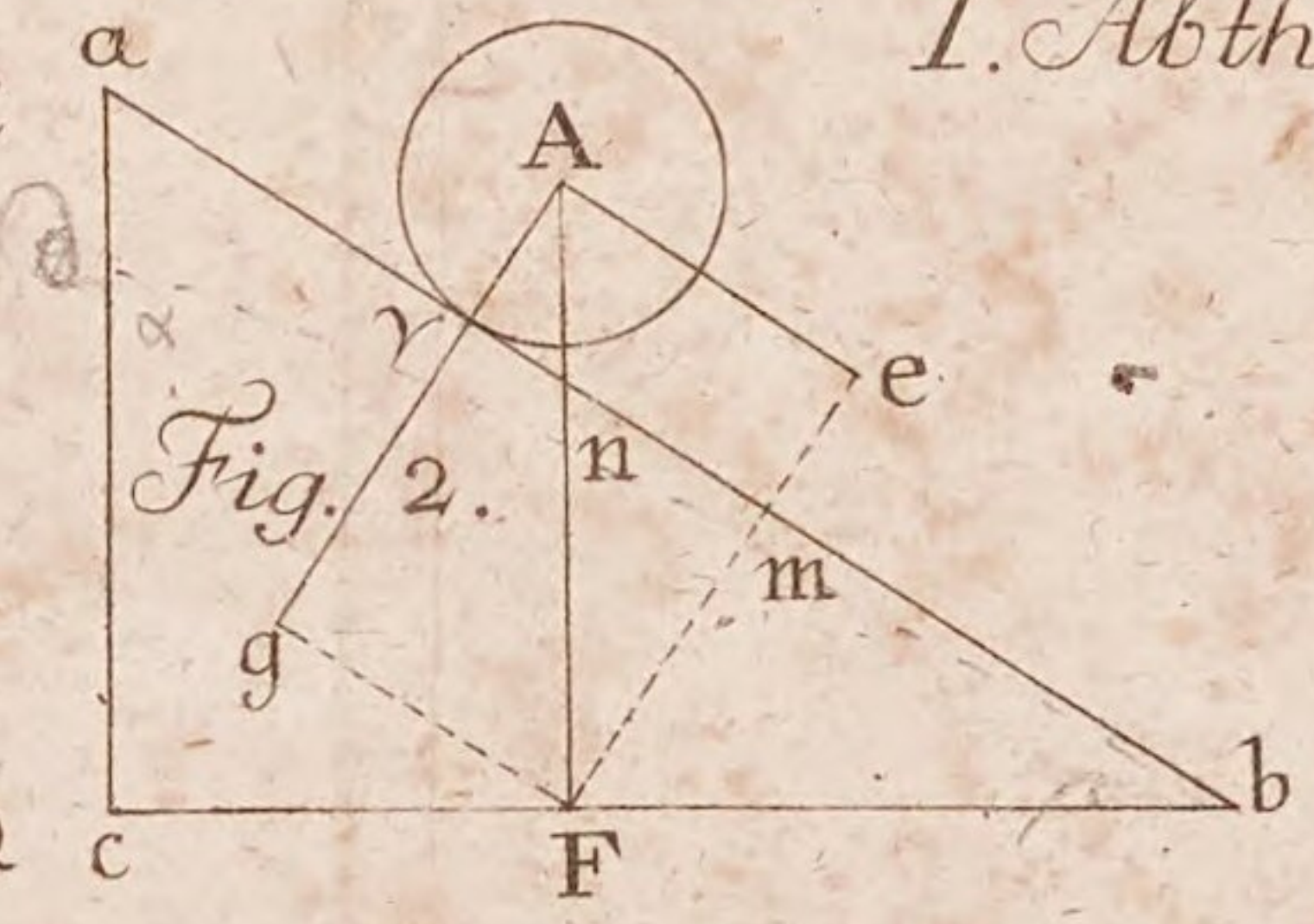
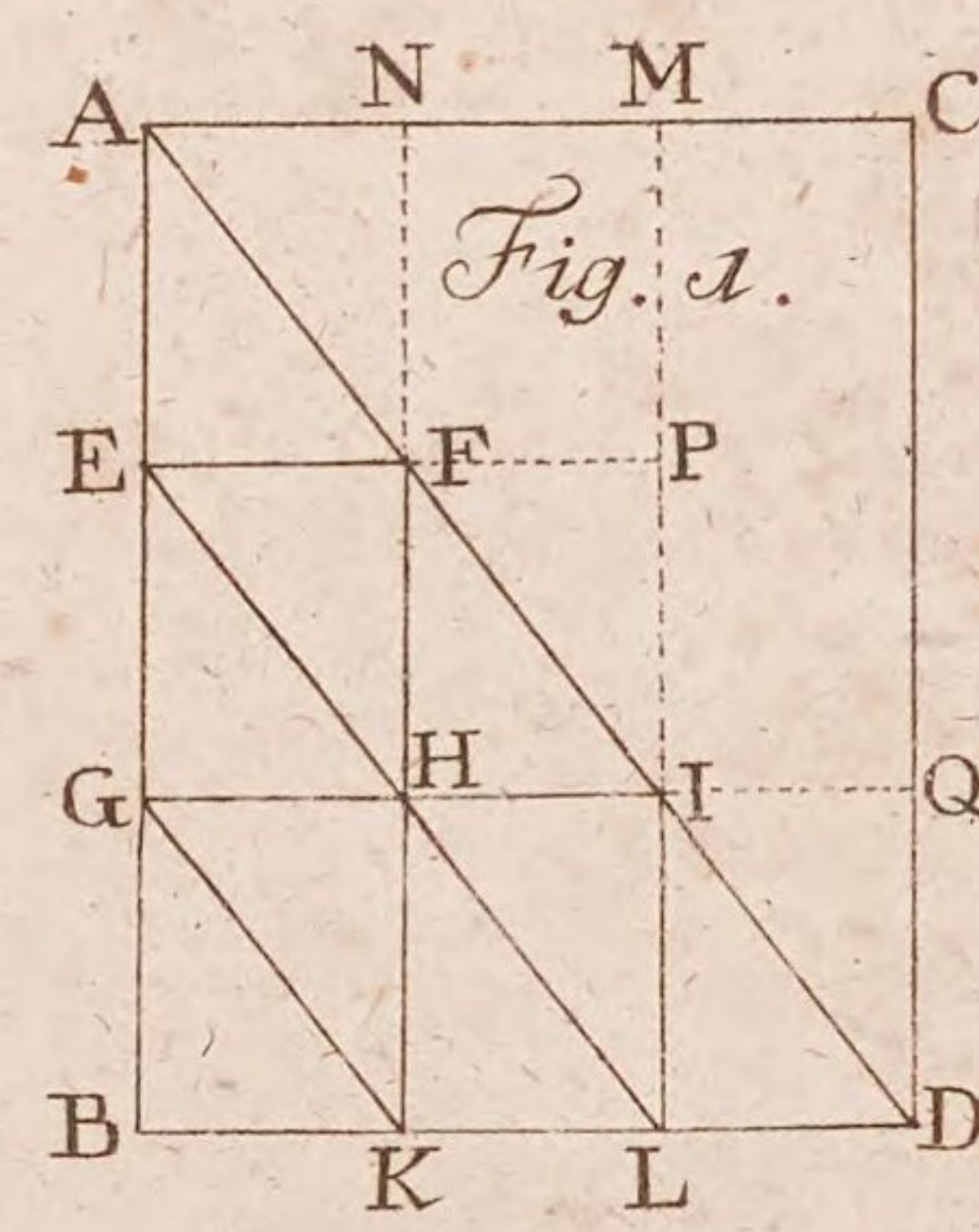
	Seite
Reine allgemeine Physik der Dinge	3
Allgemeine Physik der Körper	7
<i>Geostatik</i>	16
<i>Mechanik.</i> Uiber Größe der Bewegung	21
Gleichförmige Bewegung	22
Gleichförmig beschleunigte Bewegung	22
Gleichförmig verzögerte Bewegung	26
Anwendung auf das freie Fallen, und Steigen der Körper	28
Fall über eine geneigte Ebene	31
Fall über mehrere solche Ebenen	38
Pendelbewegung	43
Gebrauch zur Zeitmessung, und Auffindung der verschiedenen Schwere auf der Erde	50
Krummlinichte Bewegung	52
Zentralbewegung	53
Brechung	60
Stoß unelastischer Körper	64
Stoß elastischer Körper	72
Zurückprellung	76
Reibung	77
<i>Hydrostatik</i>	82
<i>Hydraulik.</i> Bewegung in Röhren, und Kanälen	86
Bewegung des Wassers in Flüssen	89

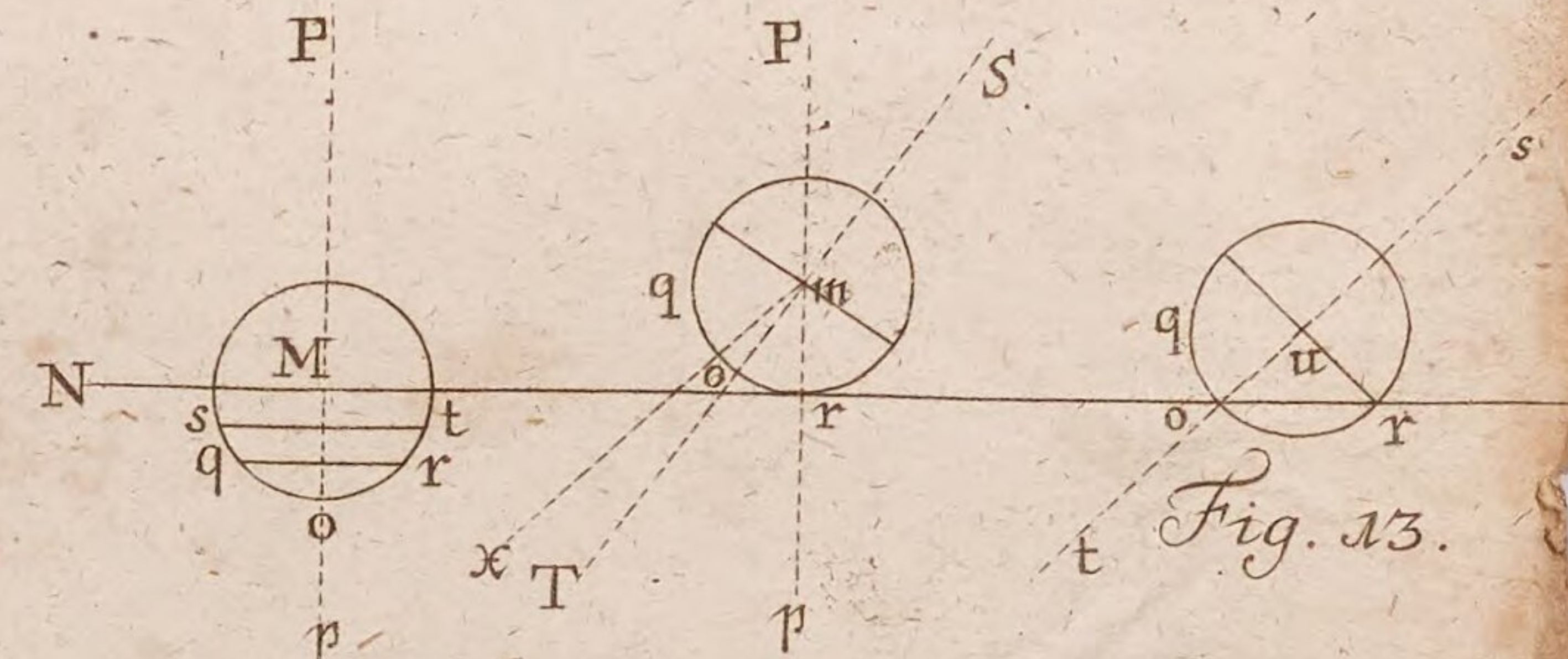
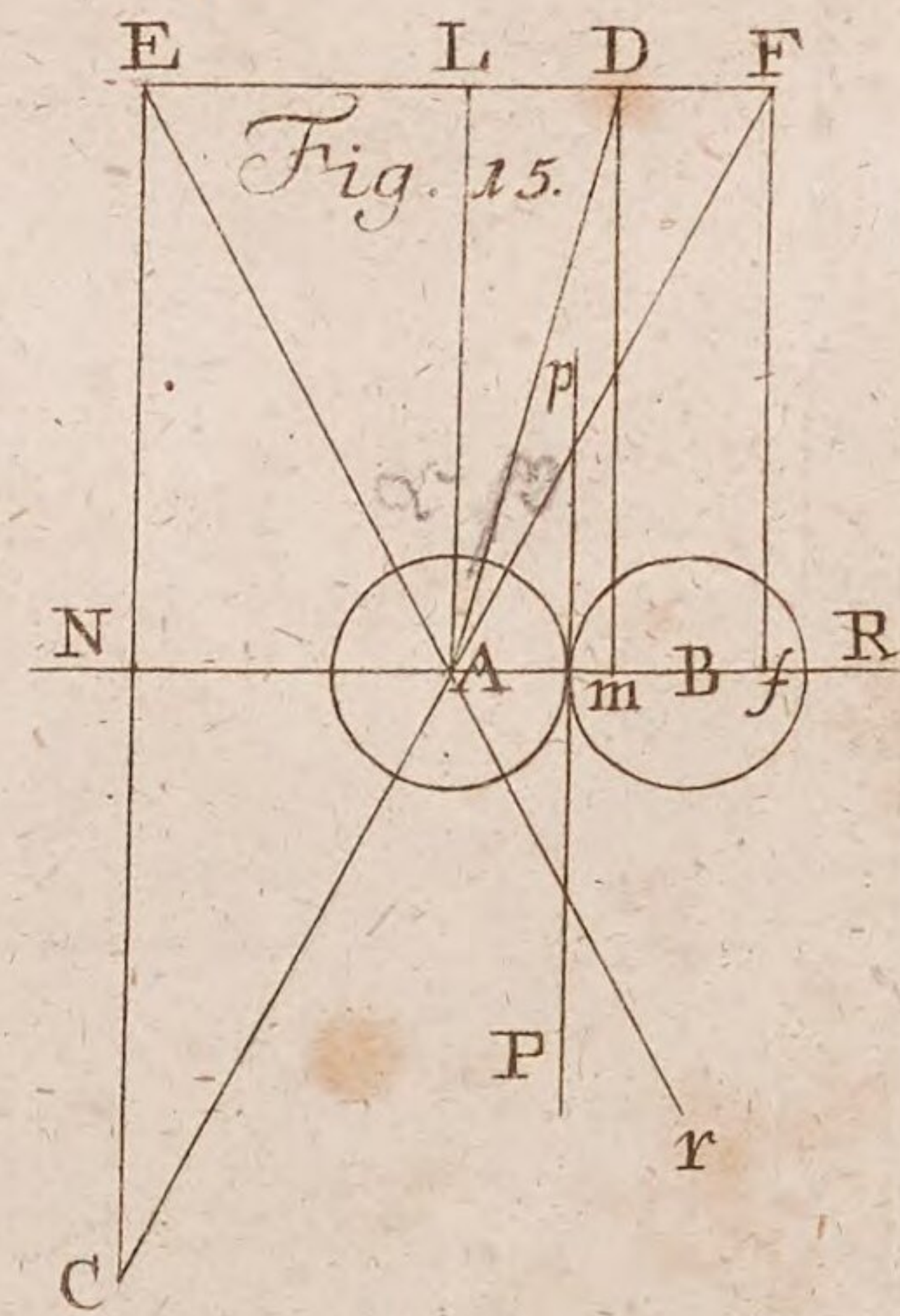
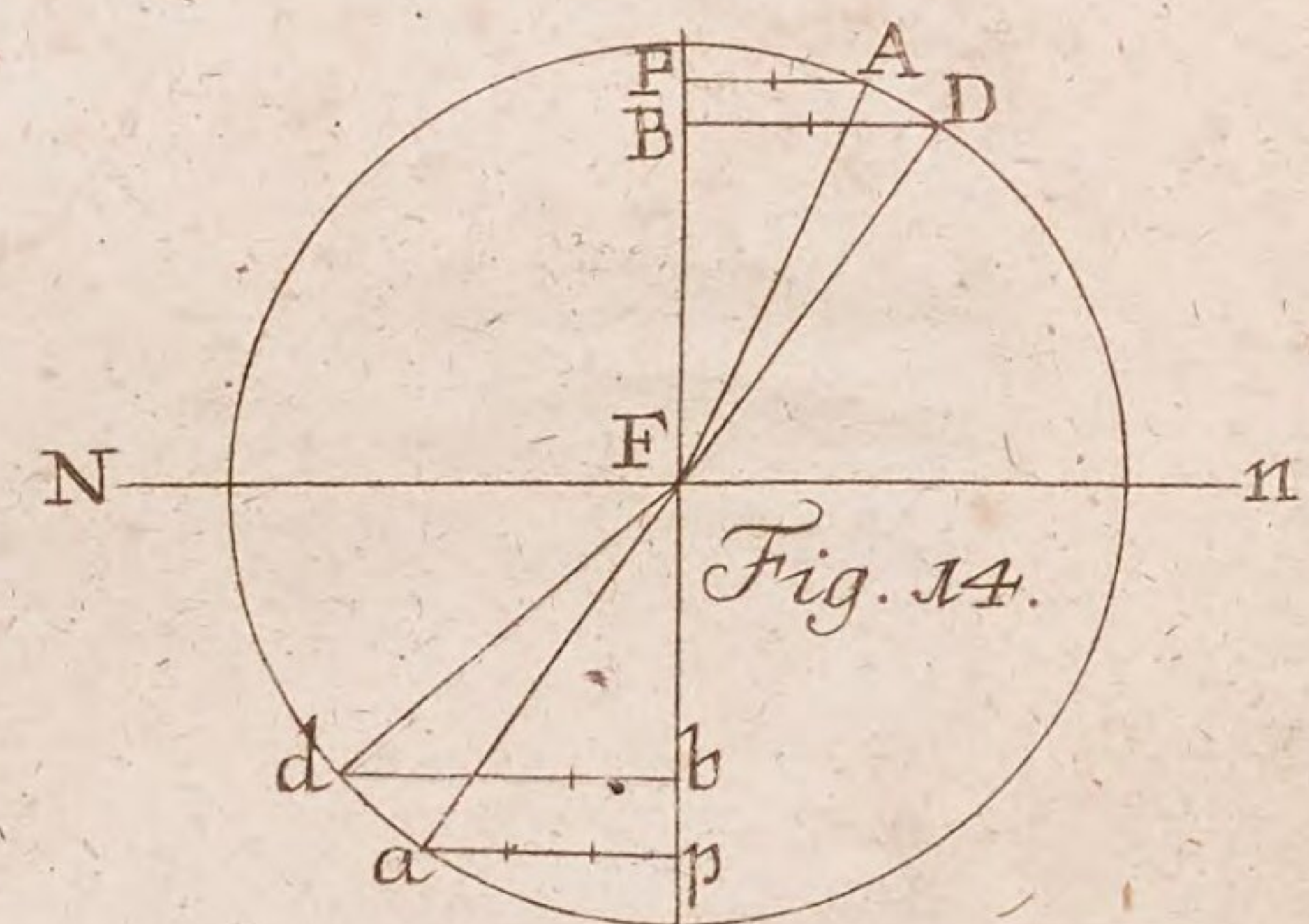
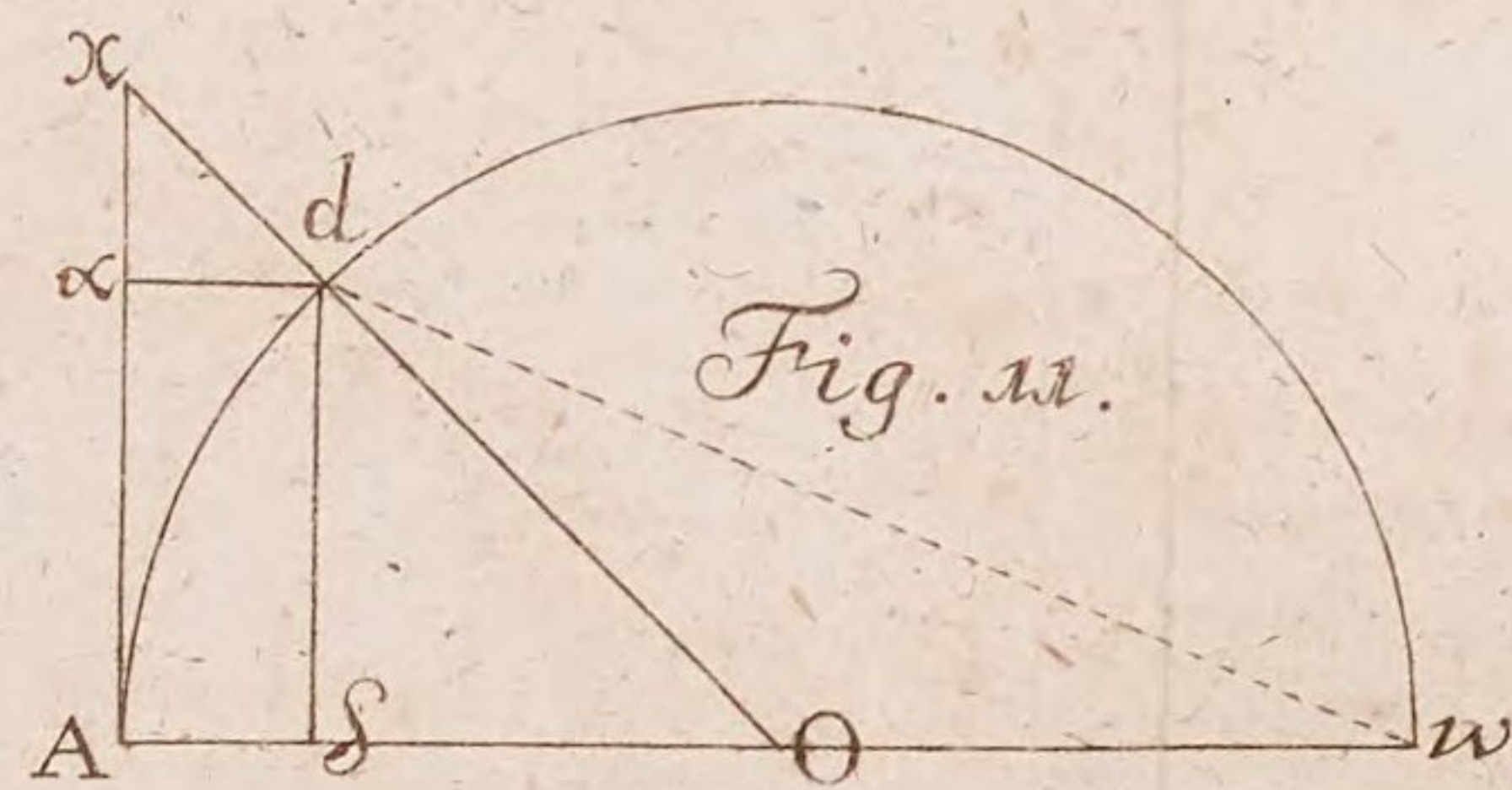
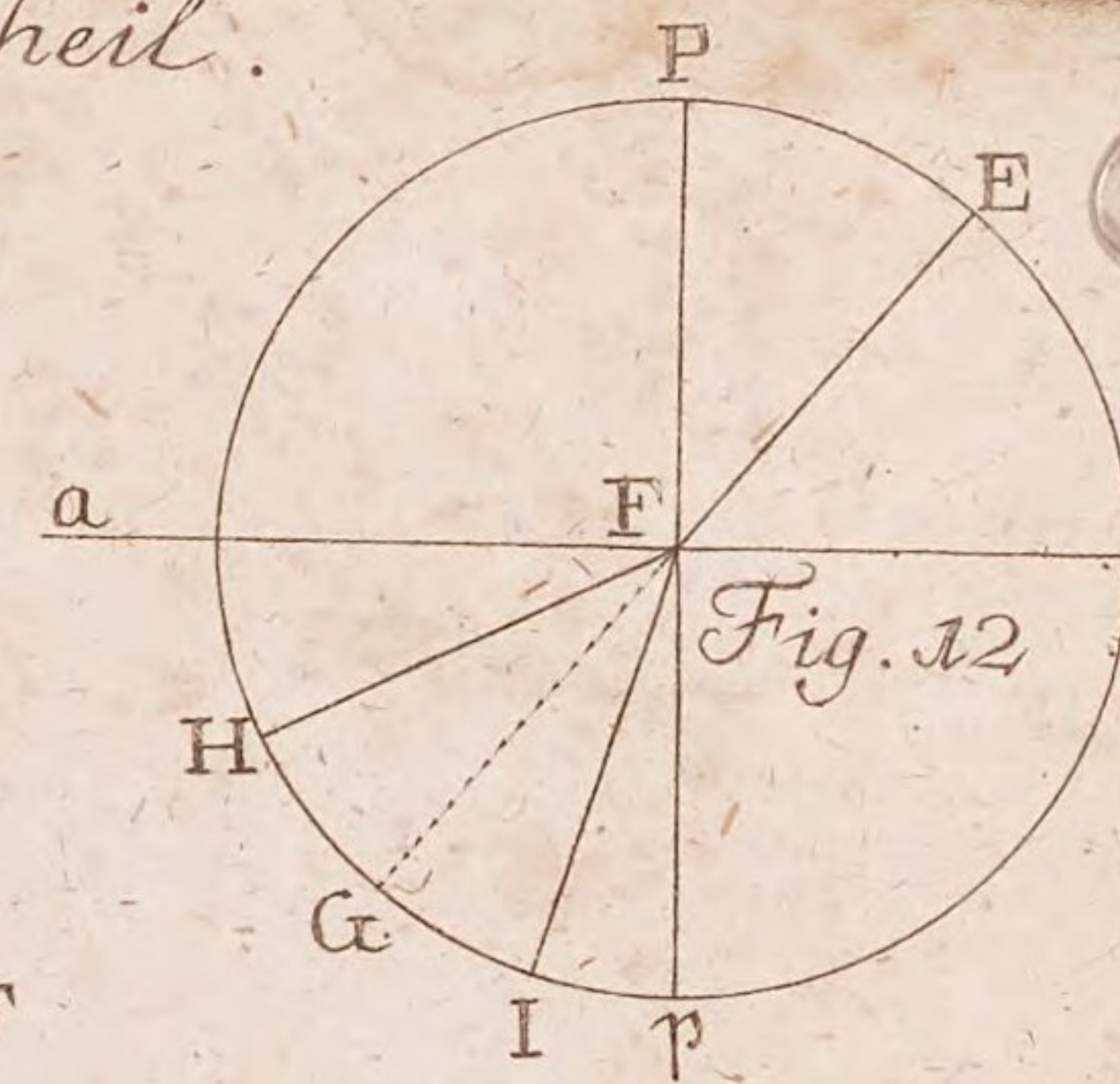
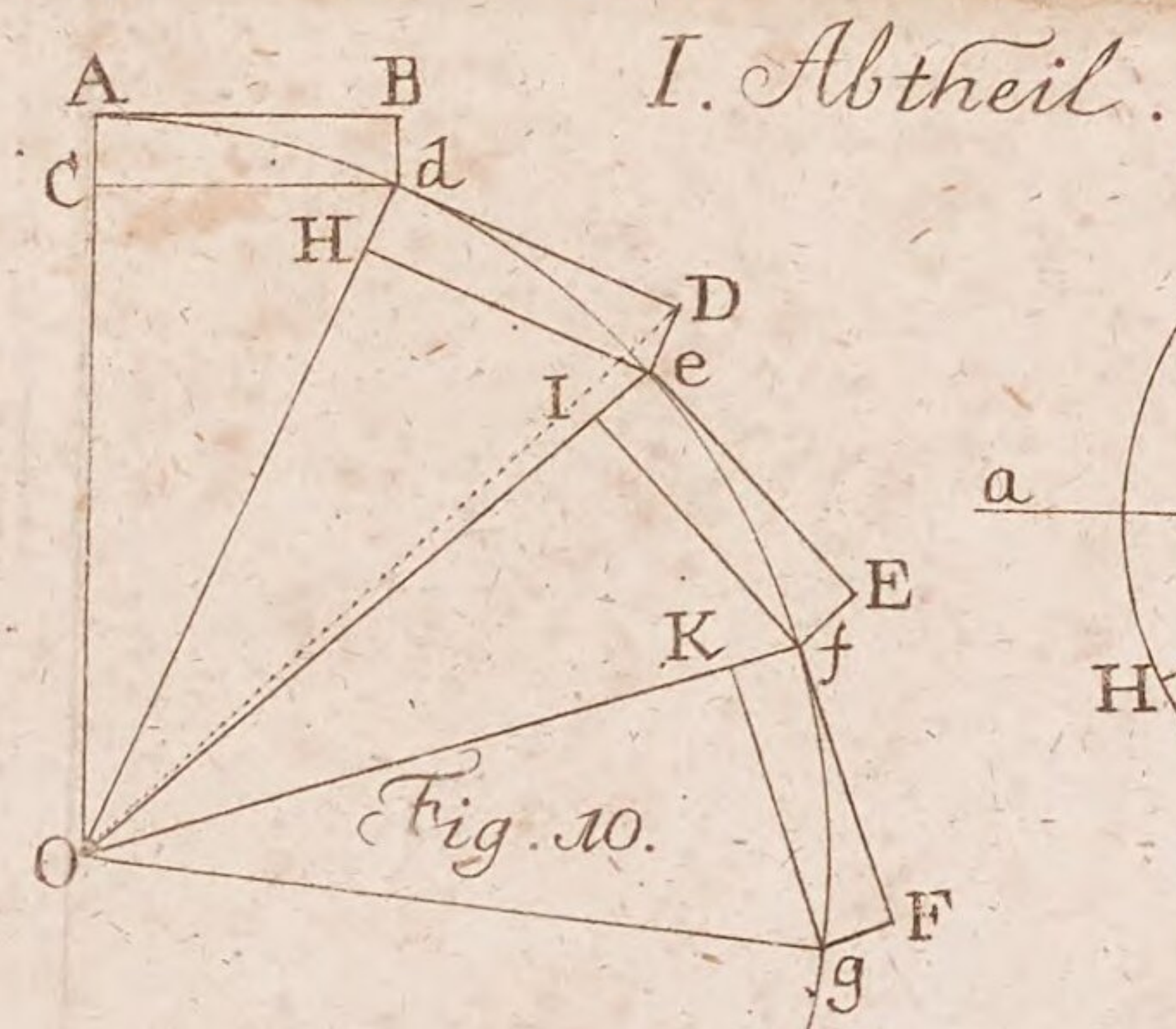
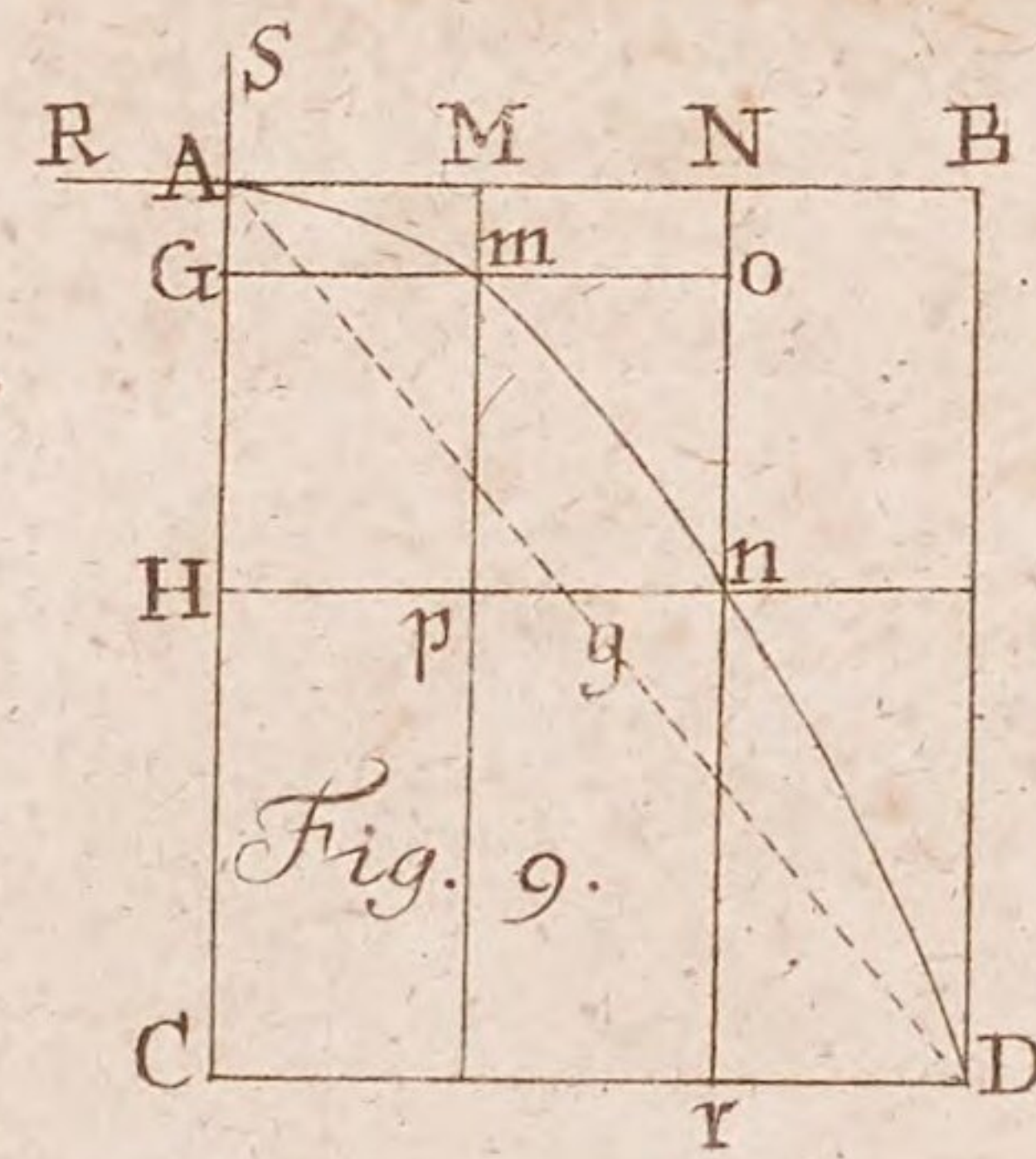
	Seite
Bewegung des Waffers durch Oefnungen	
a) nach unten	92
b) an der Seite	94
c) nach oben	100
Phönomenene der Haarröhrchen	102
Wellenbewegung	108
Größe der Wirkung des Waffers auf Flächen	113
Blik in die Geschichte der Bewegungslehre	119

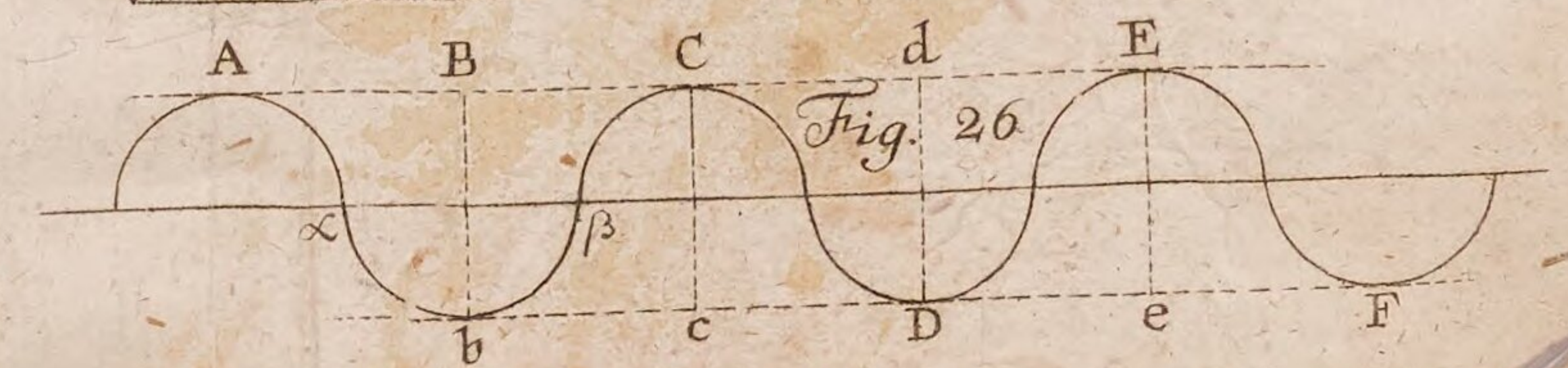
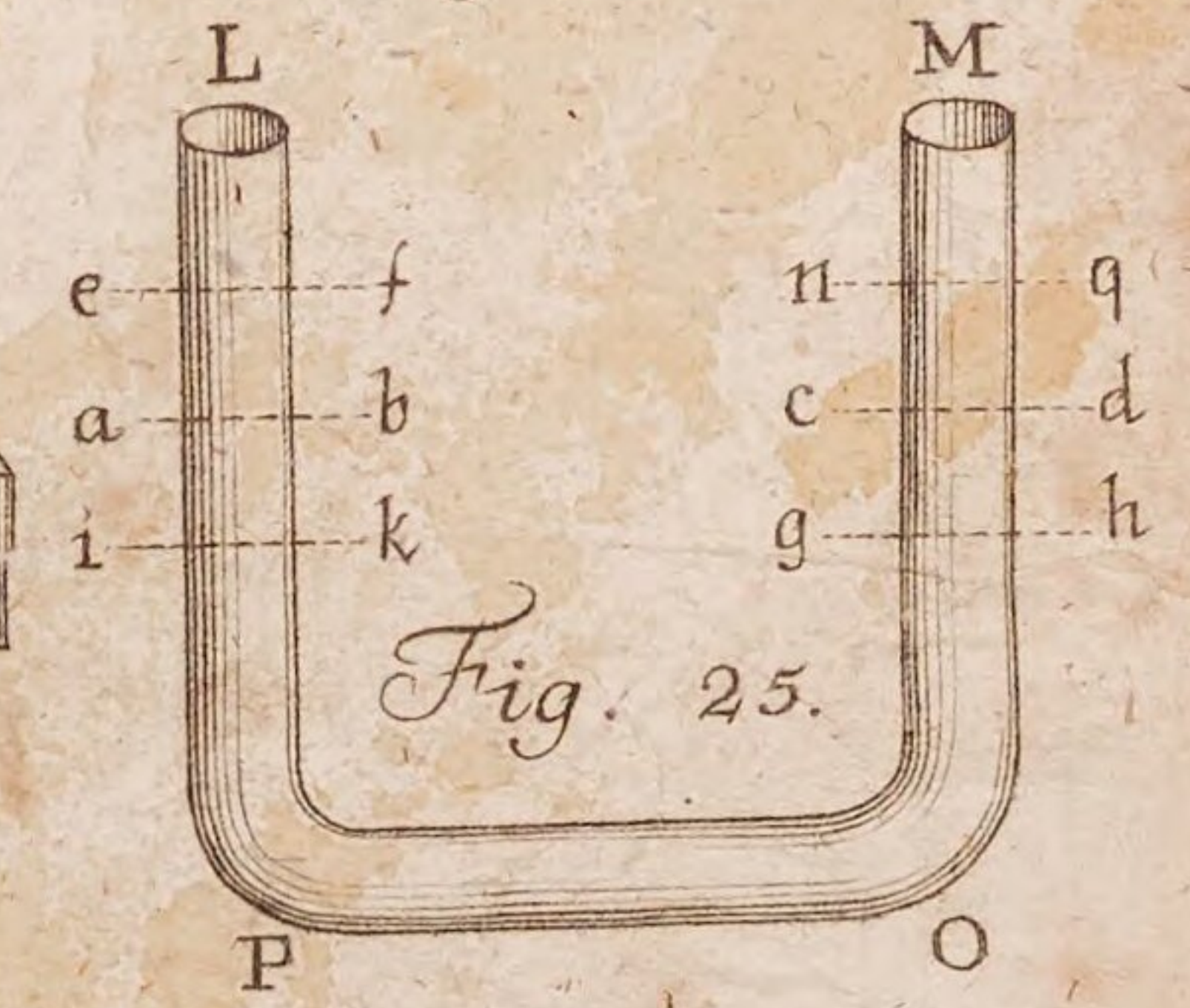
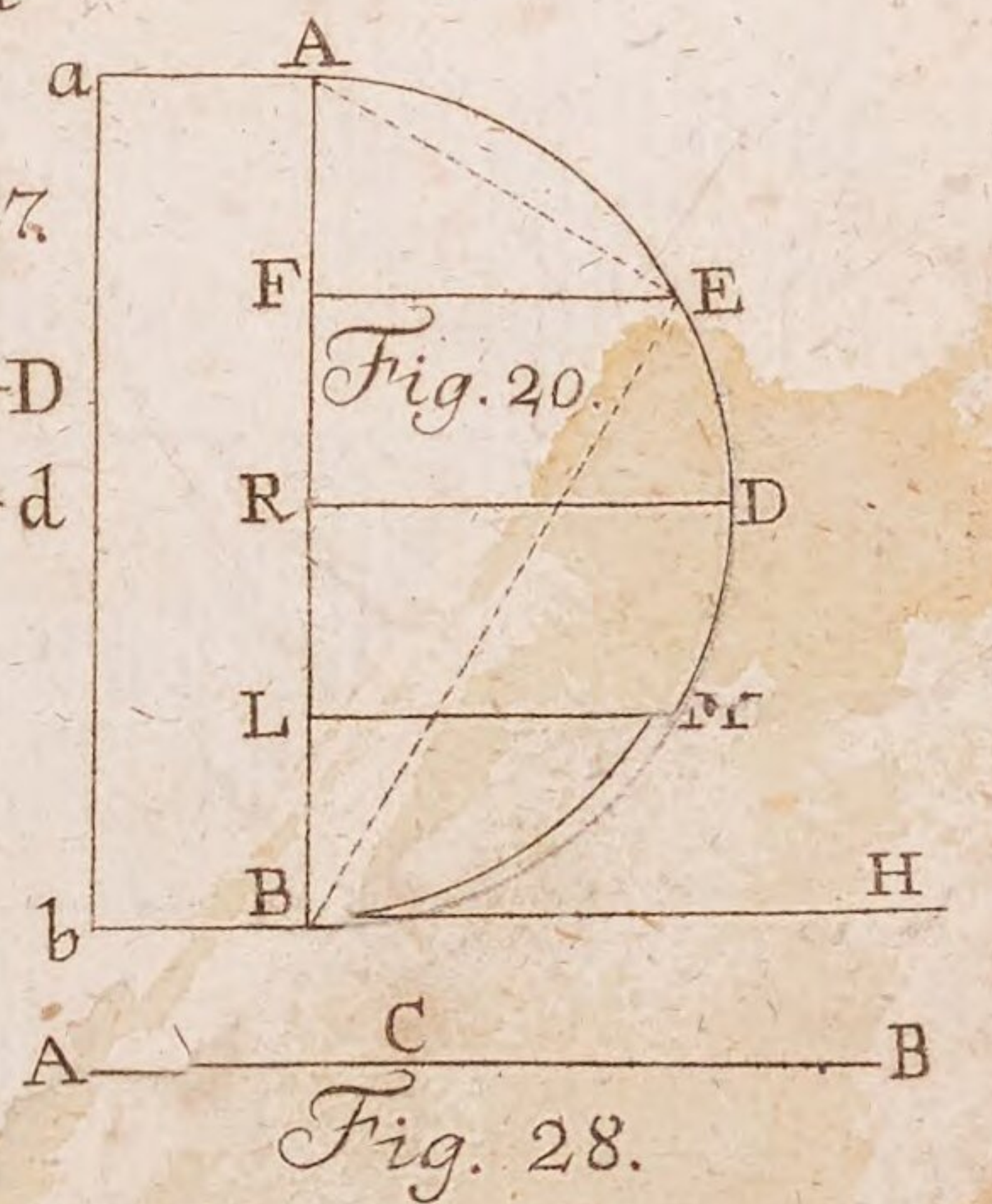
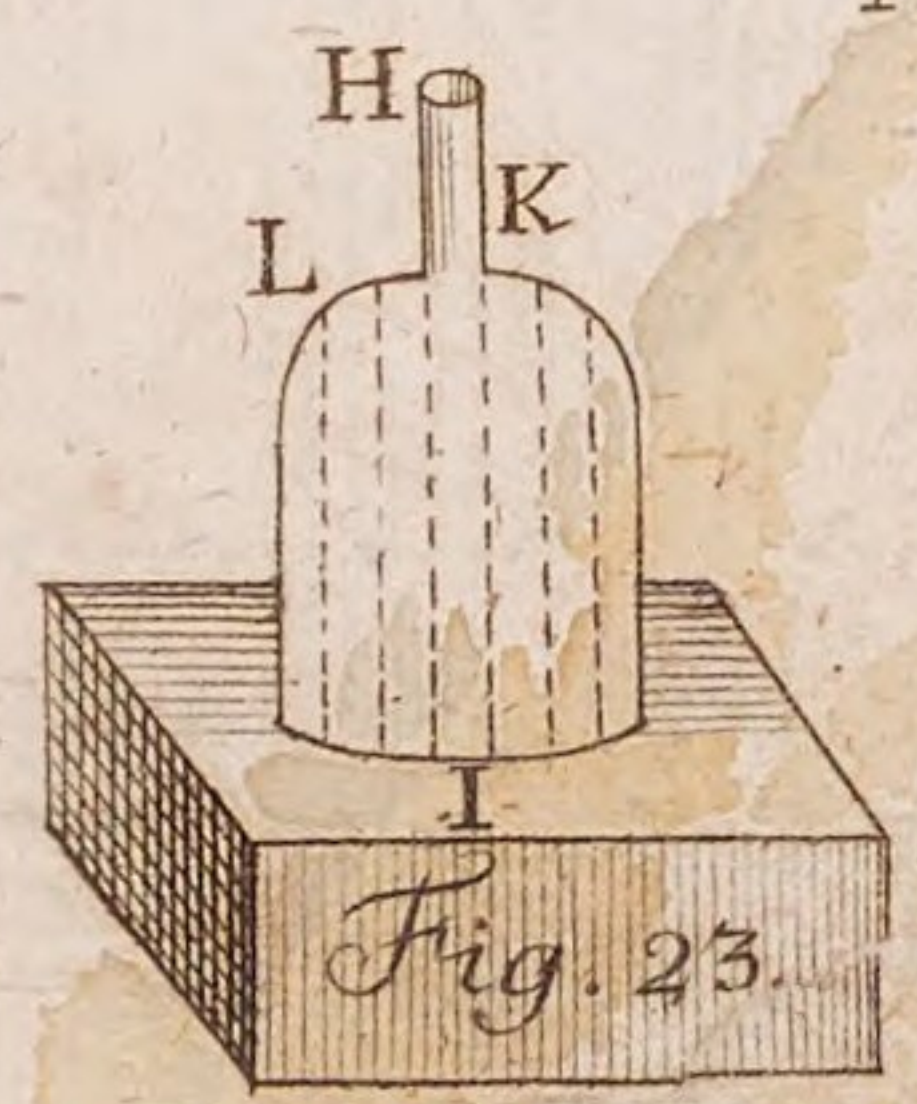
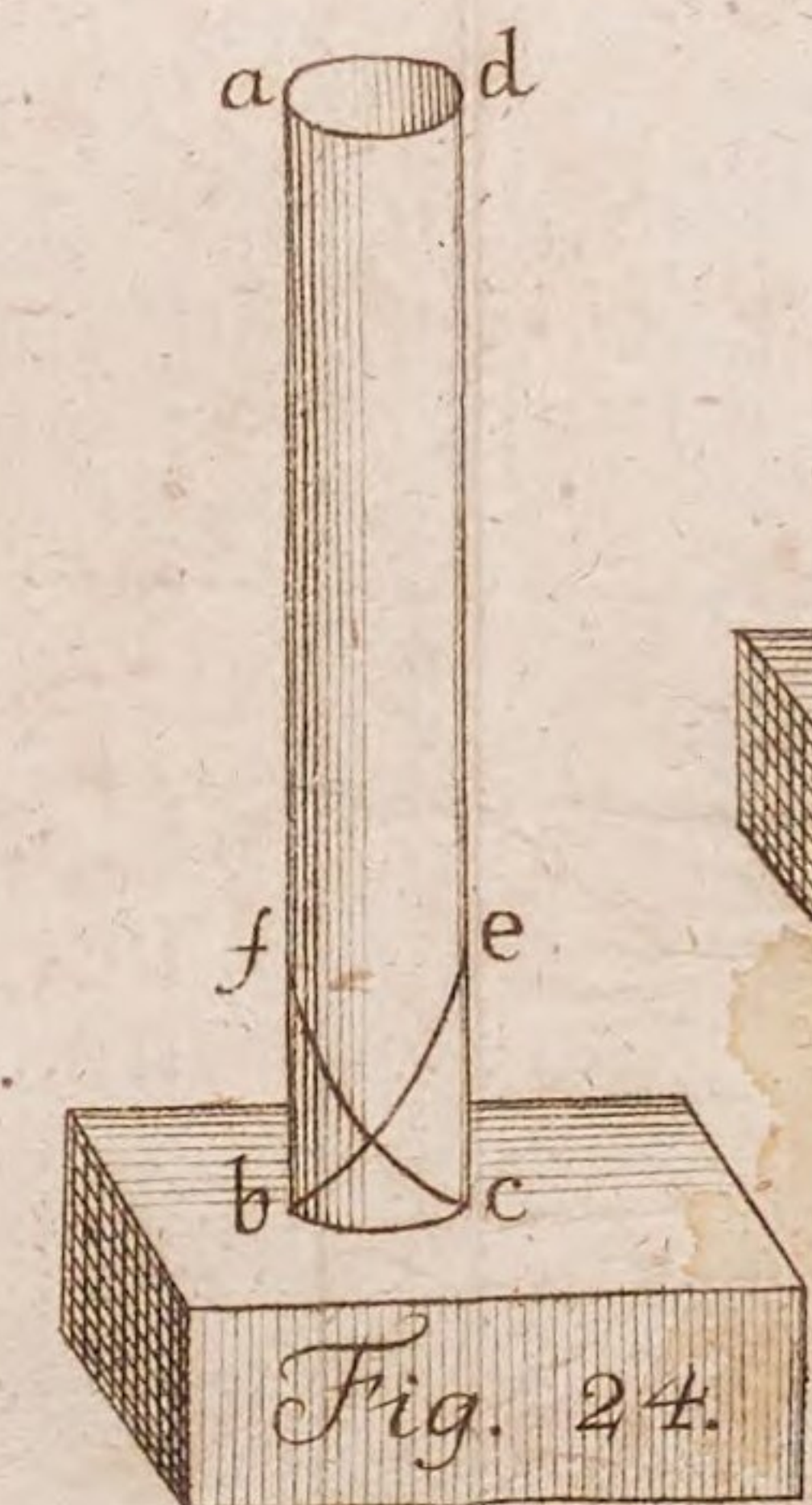
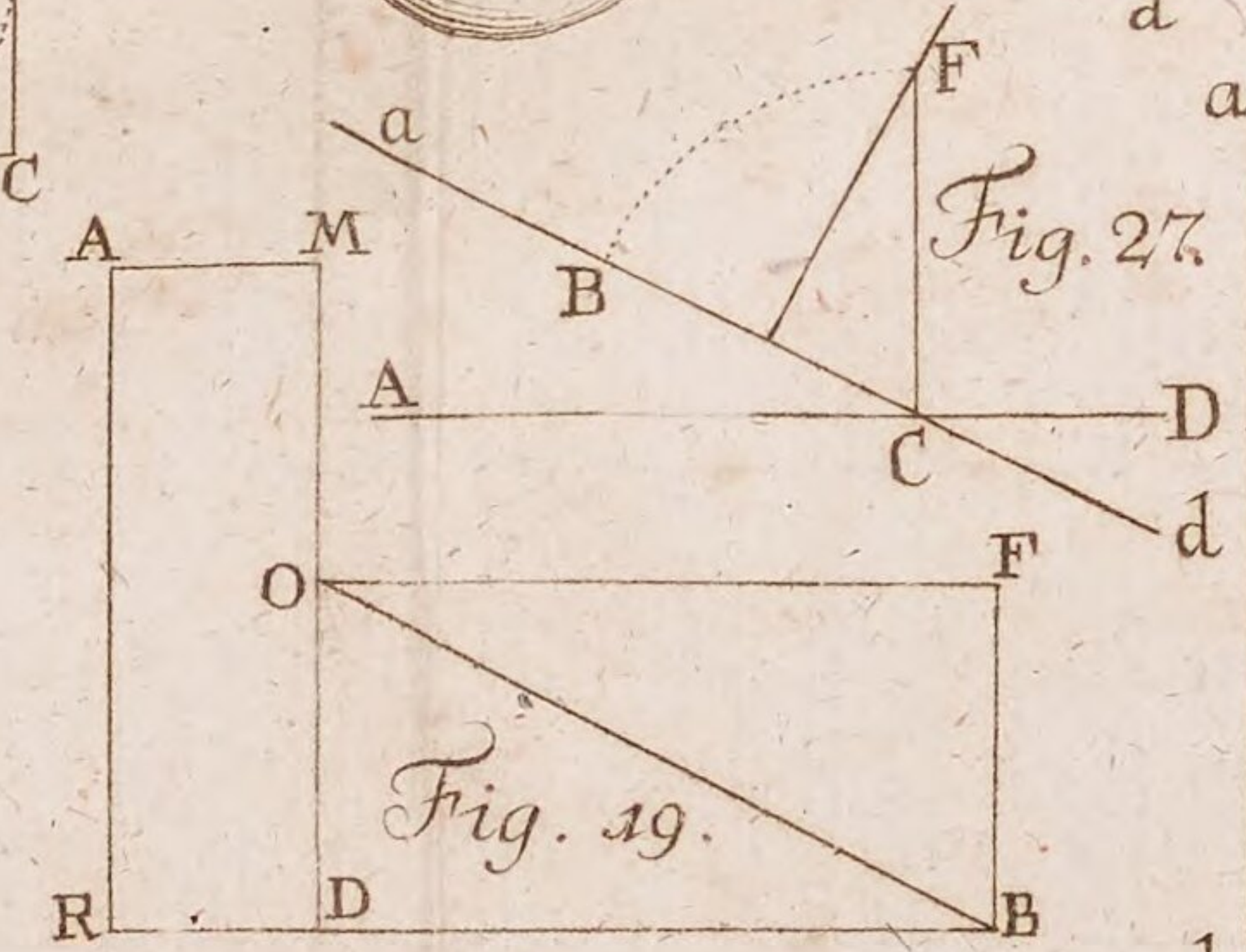
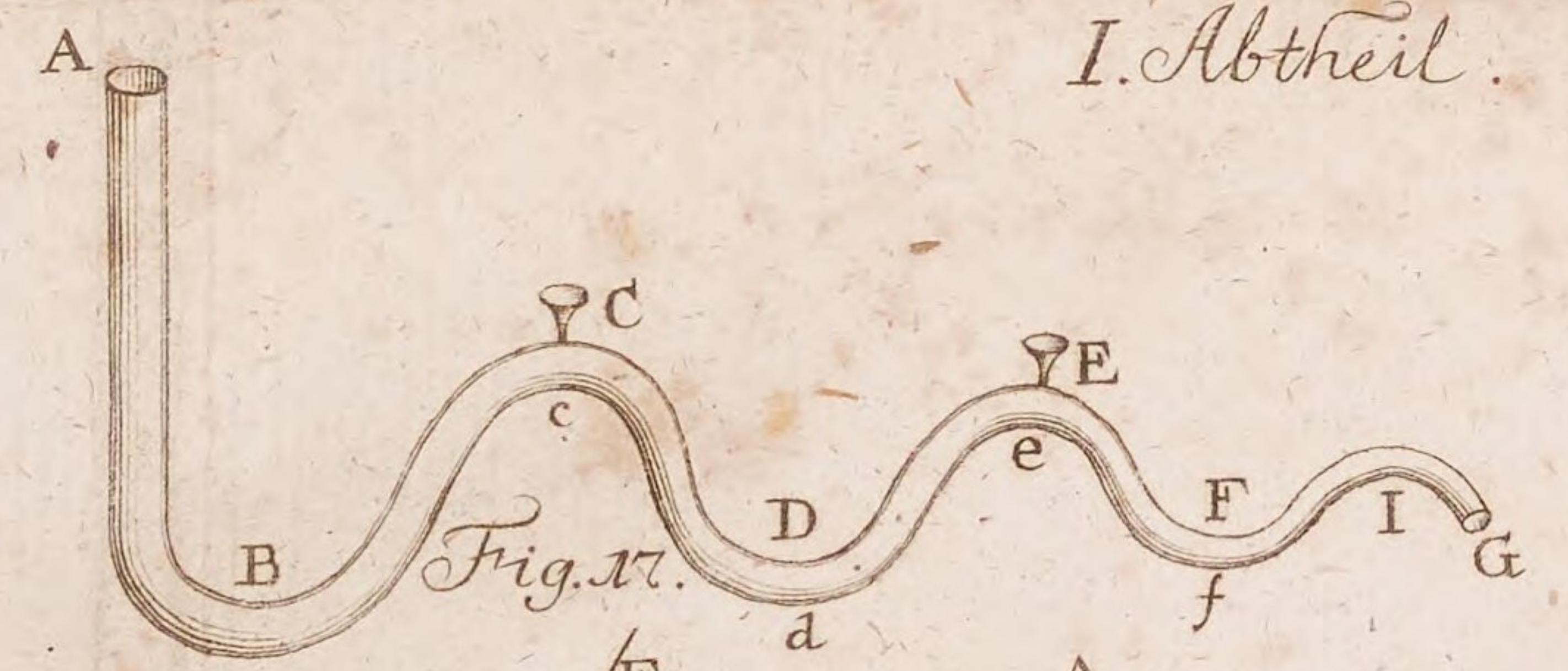
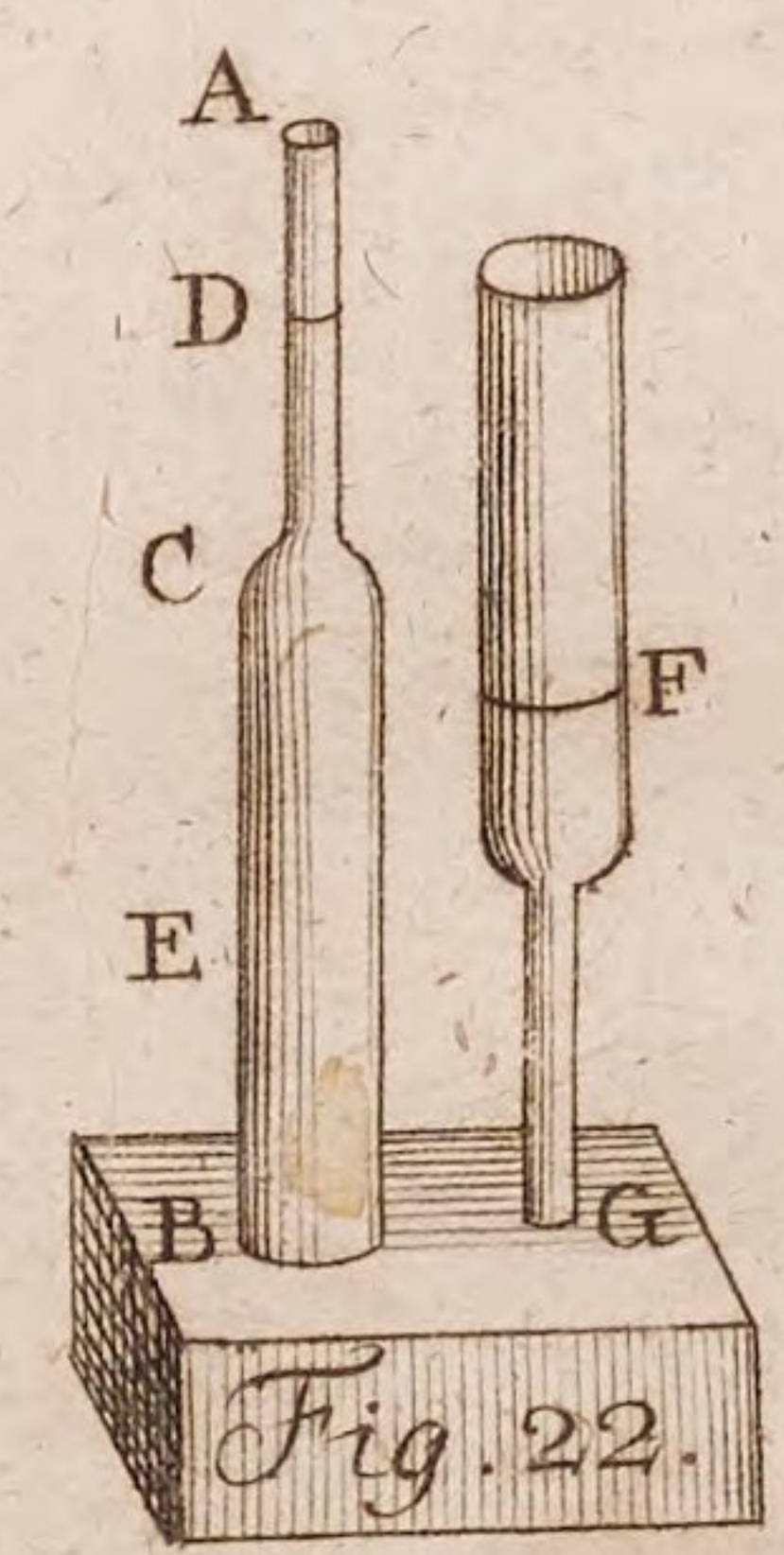
Verbeffe.

V e r b e s s e r u n g e n .

Seite	6	Zeile	1	lies	13	anstatt	12
—	—	—	22	—	Flüssigkeit	—	Flüchtigkeit
—	12	—	1	—	28	—	26
—	24	—	15	—	$\frac{2S}{C}$	—	$\frac{2S}{T}$
—	28	—	14	—	Schuhen	—	Schuhe
—	32	—	19	—	G : g	—	G : q
—	39	—	22	—	85	—	87
—	40	—	10	—	einer geneigten Ebene	anstatt	einer Ebene
—	42	—	12	—	der Körper	anstatt	er
—	45	—	11	—	die Sinusse der Erhebungswinkel	anstatt	die Erhebungswinkel
—	—	—	25	—	BE	anstatt	CE
—	48	—	16	—	85	—	88
—	49	—	2	—	BMA und MA	anstatt	$\frac{1}{2}BMA$ und $\frac{1}{2}MA$
—	61	—	3	—	vom	anstatt	zum
—	—	—	4	—	zum	—	vom
—	66	—	21	—	C = c	—	= c
—	72	—	3	—	als	—	und
—	91	—	10	—	c	—	A
—	98	—	7	—	AE	—	AB
—	102	—	21	—	sie werden	—	es wird
—	104	—	11	—	H	—	G







Siber, Thaddäus,

Leitfaden zu Vorlesungen über Naturlehre und angewandte Mathematik

Bd.: 1

Passau 1805

Bamberg, Staatsbibliothek -- H.n.o.107-a#1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11689542-2